Université Pierre & Marie Curie — Licence de mathématiques 3
Année 2013-2014 — Module 323

Contrôle Continu 3 - 12/03/2014

Question de cours

Soit $\mathcal{E}$ un espace affine réel d'espace vectoriel directeur E.

(1) Définir une homothétie de centre O et de rapport $\lambda > 0$.

(2) Soit h une homothétie de rapport $\lambda > 0$ et de centre O et h' une homothétie de rapport $\lambda' > 0$ et de centre O'. Décrire précisément l'application $h' \circ h$.

Exercice 2 :

Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'application définie par

$$f(x,y) = (1+y, 1+x).$$

(1) Ecrire la matrice de f dans le repère canonique.

(2) Montrer que $\overrightarrow{f}$ est une isométrie vectorielle ; déterminer $\ker(\overrightarrow{f} - \mathrm{Id})$ et $\mathrm{Im}(\overrightarrow{f} - \mathrm{Id})$.

(3) Trouver l'unique vecteur $\overrightarrow{u} \in \ker(\overrightarrow{f} - \mathrm{Id})$ tel que $f = t_{\overrightarrow{u}} \circ s$ où s est une symétrie qu'on précisera.

Exercice 3 :

Soit d un entier strictement positif et U_d l'ensemble des polynômes $P(X)$ à coefficients réels, de degré d et de coefficient dominant 1.

(1) Montrer que U_d est un espace affine. Expliciter son espace vectoriel directeur et sa dimension.

(2) Donner un repère affine de U_d.

(3) Montrer que l'application $\Phi : P(X) \mapsto (-1)^d P(-X)$ est affine et la décrire.

(4) Montrer que l'application $\Psi : P(X) \mapsto P(X+1)$ est affine et déterminer ses points fixes. Est-ce une translation ?