Contrôle Continu 4 - 2/04/2014

Exercice 1

Soit $\mathcal{E}$ un espace affine réel de dimension 3 et A, B, C, D un repère affine de $\mathcal{E}$.

(1) Donner l'équation du plan (ABC) en coordonnées barycentriques.

(2) Donner l'équation du plan parallèle au plan (ABC) passant par D en coordonnées barycentriques.

(3) Montrer que les milieux I, J, K des segments $[AB], [AC], [AD]$ sont dans un même plan.

(4) Soit h l'homothétie de rapport $-1/2$ et de centre O, l'isobarycentre de A, B, C, D. Montrer que $h(D)$ appartient au plan (ABC) et que c'est l'isobarycentre de A, B, C.

Exercice 2 :

Soit A, B, C, D quatre points d'un plan affine $\mathcal{E}$ trois à trois non alignés. Supposons qu'il existe une transformation affine f de $\mathcal{E}$ telle que $f(A) = B, f(B) = C, f(C) = D$ et $f(D) = A$.

(1) Montrer que l'isobarycentre O de A, B, C, D est l'unique point fixe de f.

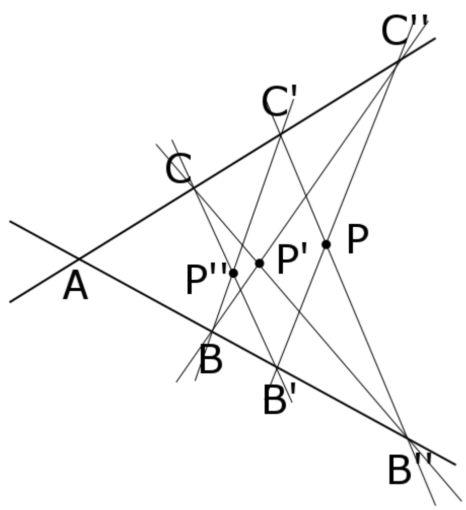
(2) En déduire que O est l'intersection des droites (AC) et (BD).

(3) Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

(4) Donner la matrice de f dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

Exercice 3 :

Soit $\mathcal{E}$ un plan affine réel d'espace vectoriel directeur E. On se donne des points $A, B, B', B'', C, C', C''$ comme dans la figure ci-contre. On suppose que A, B, C forment un repère affine et que l'on a



$$\overrightarrow{AB'} = \frac{1}{1-b'}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AB''} = \frac{1}{1-b''}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AC'} = \frac{1}{1-c'}\overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{AC''} = \frac{1}{1-c''}\overrightarrow{AC}$$

où on suppose avoir $0 < b' < b'' < 1$ et $0 < c' < c'' < 1$.

(1) Donner les coordonnées barycentriques de $A, B, B', B'', C, C', C''$.

(2) Donner l'équation barycentrique des droites (BC') et $(B'C)$.

(3) Déterminer leur point d'intersection P''.

(4) Montrer que les points P, P', P'' sont alignés (plus long).