



Les nœuds et la physique

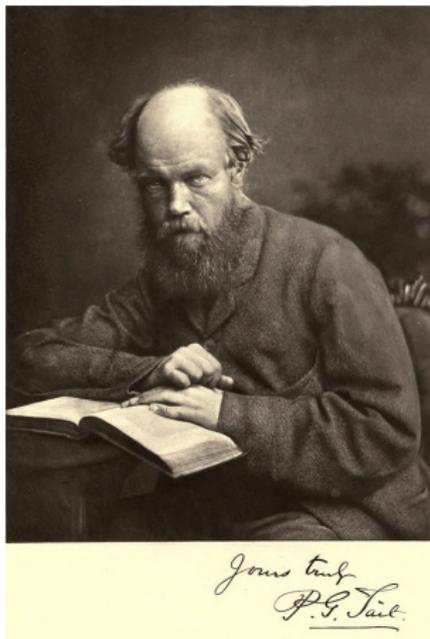
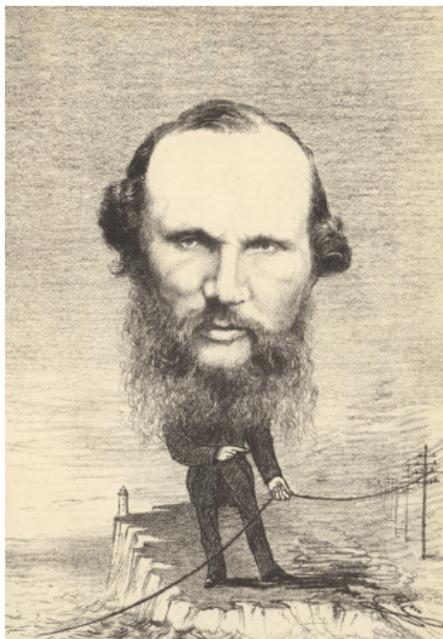
Inspirations réciproques

Julien Marché

Sorbonne Université

2 Octobre 2019

Première période: 1867-1876

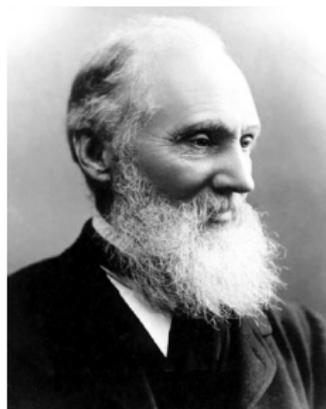


William Thomson (1824-1907)
Lord Kelvin

Peter Guthrie Tait (1831-1901)

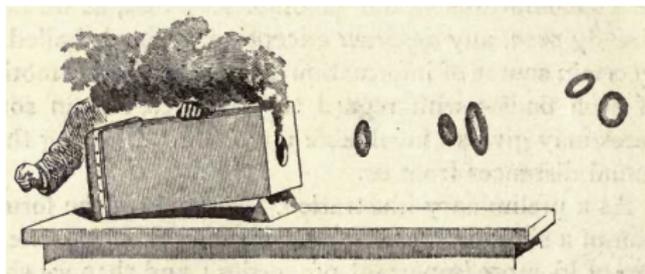
Écoutons W. Thomson

- ▶ Thermodynamique: zéro absolu, âge de la terre.
 - ▶ Electromagnétisme - défenseur de la théorie de l'éther.
-
- ▶ *N'imaginez pas que les mathématiques sont difficiles, revêches et repoussantes pour le sens commun. C'est simplement l'éthérisation du sens commun.*



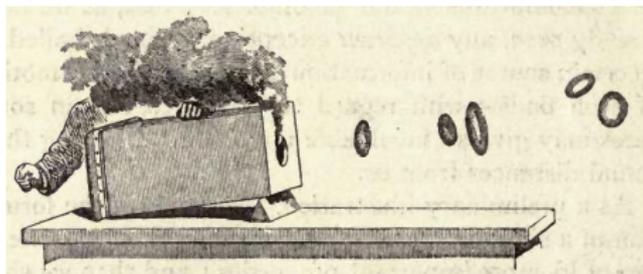
Des ronds de fumée à la théorie atomique des noeuds

1860
Université
d'Edimbourg

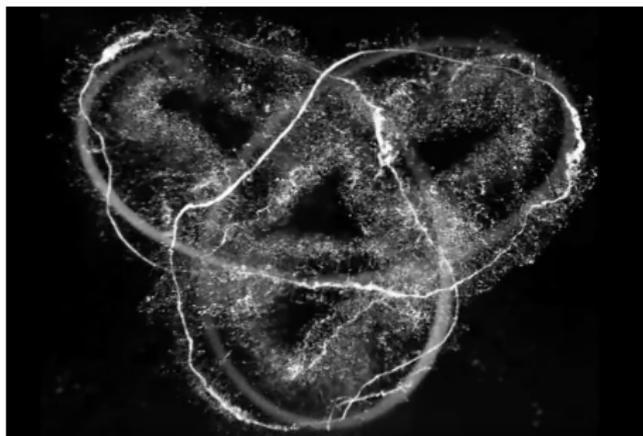


Des ronds de fumée à la théorie atomique des noeuds

1860
Université
d'Edimbourg



2013
Université
de Chicago



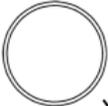
Correspondance Nœuds ↔ Atomes d'après W. Thomson

PERIODIC CHART OF THE ELEMENTS

PART 10

↓ Period	Planets										Planetary electrons										
	Mercury	Venus	Earth	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptune	Pluto	Plutone	Total	Atom No.	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	0 n	1 H	2 He								2	He									1
2	2 He	3 Li	4 Be	5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne		10	Ne									2
3	10 Ne	11 Na	12 Mg	13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar		18	Ar									3
4	18 Ar	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni										4
5	36 Kr	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd										5
6	54 Xe	55 Cs	56 Ba	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu			6
7	86 Rn	87 Fr	88 Ra	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103			7

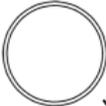
Correspondance Nœuds ↔ Atomes d'après W. Thomson



PERIODIC CHART OF THE ELEMENTS

↓ Period 1 2 3 4 5 6 7	Planetary electrons																		↓ 1 2 3 4 5 6 7									
	Total Atoms etc. → 2 1 ¹ 2 ² 3 ³ 4 ⁴ 5 ⁵ 6 ⁶ 7 ⁷																											
1 0 n 1.0081 H																		2 He 4.003	1									
2 He 6.940	3 Li 6.940	4 Be 9.013	5 B 10.82	6 C 12.011	7 N 14.008	8 O 16.000	9 F 19.00	10 Ne 20.183										2 He 4.003	2									
3 10 Ne 22.991	11 Na 22.991	12 Mg 24.32	13 Al 26.98	14 Si 28.09	15 P 30.975	16 S 32.066	17 Cl 35.457	18 Ar 39.944										18 Ar 39.944	3									
4 18 Ar 39.100	19 K 39.100	20 Ca 40.08	21 Sc 44.96	22 Ti 47.90	23 V 50.95	24 Cr 52.01	25 Mn 54.94	26 Fe 55.85	27 Co 58.94	28 Ni 58.71										36 Kr 83.80	4							
5 36 Kr 83.54	37 Rb 85.48	38 Sr 87.63	39 Y 88.91	40 Zr 91.22	41 Nb 92.91	42 Mo 95.95	43 Tc 99	44 Ru 101.1	45 Rh 102.91	46 Pd 106.4										78 Pt 195.09	5							
6 54 Xe 107.87	55 Cs 132.91	56 Ba 137.36	57 La 138.92	58 Ce 140.12	59 Pr 140.91	60 Nd 144.27	61 Pm 147	62 Sm 150.35	63 Eu 152.0	64 Gd 157.26	65 Tb 158.93	66 Dy 162.51	67 Ho 164.94	68 Er 167.27	69 Tm 168.94	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97										86 Rn 222	6
7 86 Rn 223	79 Au 197.0	80 Hg 200.61	81 Tl 204.39	82 Pb 207.21	83 Bi 208.99	84 Po 210	85 At 210	86 Rn 222										86 Rn 222	7									
6 *58-71 Rare Earths Type 4f	58 Ce 140.13	59 Pr 140.91	60 Nd 144.27	61 Pm 147	62 Sm 150.35	63 Eu 152.0	64 Gd 157.26	65 Tb 158.93	66 Dy 162.51	67 Ho 164.94	68 Er 167.27	69 Tm 168.94	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97										86 Rn 222	6			
7 *90-103 Rare Earths Type 5f	90 Th 232	91 Pa 231	92 U 238	93 Np 237	94 Pu 242	95 Am 243	96 Cm 247	97 Bk 248	98 Cf 251	99 Es 254	100 Fm 253	101 Md 256	102 No 254	103										86 Rn 222	7			

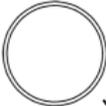
Correspondance Nœuds ↔ Atomes d'après W. Thomson



PERIODIC CHART OF THE ELEMENTS

↓ Period 1 2 3 4 5 6 7	Planetary electrons																		↓ Period 1 2 3 4 5 6 7									
	I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII		IX											
Atomic No.	Total Elect. No.																											
1 H 1.0080	2 - 2																		1									
2 He 4.003	2 - 2																		2									
3 Li 6.940	4 Be 9.013	5 B 10.82	6 C 12.011	7 N 14.008	8 O 16.000	9 F 19.00	10 Ne 20.183	10 - 2 - 8										2										
10 Na 22.991	11 Mg 24.32	12 Al 26.98	13 Si 28.09	14 P 30.975	15 S 32.066	16 Cl 35.457	17 Ar 39.944	18 - 2 - 8 - 8										3										
18 K 39.100	19 Ca 40.08	20 Sc 44.96	21 Ti 47.88	22 V 50.95	23 Cr 52.01	24 Mn 54.94	25 Fe 55.85	26 Co 58.94	27 Ni 58.71	36 - 2 - 8 - 18 - 8										4								
36 Kr 83.54	37 Rb 85.48	38 Sr 87.63	39 Y 88.91	40 Zr 91.22	41 Nb 92.91	42 Mo 95.95	43 Tc 99	44 Ru 101.1	45 Rh 102.91	46 Pd 106.4	End of the 4th Period										5							
54 Xe 132.91	55 Cs 132.91	56 Ba 137.36	57 La 138.92	58 Ce 140.12	59 Pr 140.91	60 Nd 144.27	61 Pm 147	62 Sm 150.35	63 Eu 152.0	64 Gd 157.26	65 Tb 158.93	66 Dy 162.51	67 Ho 164.94	68 Er 167.27	69 Tm 168.94	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97	86 - 2 - 8 - 18 - 32 - 18 - 8										6
86 Rn 222	87 Fr 223	88 Ra 226	89 Ac 227	90 Th 232	91 Pa 231	92 U 238	93 Np 237	94 Pu 242	95 Am 243	96 Cm 247	97 Bk 248	98 Cf 251	99 Es 254	100 Fm 253	101 Md 256	102 No 254	103	End of the 6th Period										7
Rare Earths Type 4f																		Rare Earths Type 5f										6

Correspondance Nœuds ↔ Atomes d'après W. Thomson



PERIODIC CHART OF THE ELEMENTS

↓ Period ↓	Planetary electrons																		↓ Period ↓																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
	I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII		IX																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
Atomic No.	1		2		3		4		5		6		7		8		9		Total Atomic No.	2 - 2	2 - 2 - 8	2 - 2 - 8 - 18	2 - 2 - 8 - 18 - 32	2 - 2 - 8 - 18 - 32 - 50																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
1	0 n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	2	2	10	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360	378	396	414	432	450	468	486	504	522	540	558	576	594	612	630	648	666	684	702	720	738	756	774	792	810	828	846	864	882	900	918	936	954	972	990	1008	1026	1044	1062	1080	1098	1116	1134	1152	1170	1188	1206	1224	1242	1260	1278	1296	1314	1332	1350	1368	1386	1404	1422	1440	1458	1476	1494	1512	1530	1548	1566	1584	1602	1620	1638	1656	1674	1692	1710	1728	1746	1764	1782	1800	1818	1836	1854	1872	1890	1908	1926	1944	1962	1980	1998	2016	2034	2052	2070	2088	2106	2124	2142	2160	2178	2196	2214	2232	2250	2268	2286	2304	2322	2340	2358	2376	2394	2412	2430	2448	2466	2484	2502	2520	2538	2556	2574	2592	2610	2628	2646	2664	2682	2700	2718	2736	2754	2772	2790	2808	2826	2844	2862	2880	2898	2916	2934	2952	2970	2988	3006	3024	3042	3060	3078	3096	3114	3132	3150	3168	3186	3204	3222	3240	3258	3276	3294	3312	3330	3348	3366	3384	3402	3420	3438	3456	3474	3492	3510	3528	3546	3564	3582	3600	3618	3636	3654	3672	3690	3708	3726	3744	3762	3780	3798	3816	3834	3852	3870	3888	3906	3924	3942	3960	3978	3996	4014	4032	4050	4068	4086	4104	4122	4140	4158	4176	4194	4212	4230	4248	4266	4284	4302	4320	4338	4356	4374	4392	4410	4428	4446	4464	4482	4500	4518	4536	4554	4572	4590	4608	4626	4644	4662	4680	4698	4716	4734	4752	4770	4788	4806	4824	4842	4860	4878	4896	4914	4932	4950	4968	4986	5004	5022	5040	5058	5076	5094	5112	5130	5148	5166	5184	5202	5220	5238	5256	5274	5292	5310	5328	5346	5364	5382	5400	5418	5436	5454	5472	5490	5508	5526	5544	5562	5580	5598	5616	5634	5652	5670	5688	5706	5724	5742	5760	5778	5796	5814	5832	5850	5868	5886	5904	5922	5940	5958	5976	5994	6012	6030	6048	6066	6084	6102	6120	6138	6156	6174	6192	6210	6228	6246	6264	6282	6300	6318	6336	6354	6372	6390	6408	6426	6444	6462	6480	6498	6516	6534	6552	6570	6588	6606	6624	6642	6660	6678	6696	6714	6732	6750	6768	6786	6804	6822	6840	6858	6876	6894	6912	6930	6948	6966	6984	7002	7020	7038	7056	7074	7092	7110	7128	7146	7164	7182	7200	7218	7236	7254	7272	7290	7308	7326	7344	7362	7380	7398	7416	7434	7452	7470	7488	7506	7524	7542	7560	7578	7596	7614	7632	7650	7668	7686	7704	7722	7740	7758	7776	7794	7812	7830	7848	7866	7884	7902	7920	7938	7956	7974	7992	8010	8028	8046	8064	8082	8100	8118	8136	8154	8172	8190	8208	8226	8244	8262	8280	8298	8316	8334	8352	8370	8388	8406	8424	8442	8460	8478	8496	8514	8532	8550	8568	8586	8604	8622	8640	8658	8676	8694	8712	8730	8748	8766	8784	8802	8820	8838	8856	8874	8892	8910	8928	8946	8964	8982	9000	9018	9036	9054	9072	9090	9108	9126	9144	9162	9180	9198	9216	9234	9252	9270	9288	9306	9324	9342	9360	9378	9396	9414	9432	9450	9468	9486	9504	9522	9540	9558	9576	9594	9612	9630	9648	9666	9684	9702	9720	9738	9756	9774	9792	9810	9828	9846	9864	9882	9900	9918	9936	9954	9972	9990	10008	10026	10044	10062	10080	10098	10116	10134	10152	10170	10188	10206	10224	10242	10260	10278	10296	10314	10332	10350	10368	10386	10404	10422	10440	10458	10476	10494	10512	10530	10548	10566	10584	10602	10620	10638	10656	10674	10692	10710	10728	10746	10764	10782	10800	10818	10836	10854	10872	10890	10908	10926	10944	10962	10980	10998	11016	11034	11052	11070	11088	11106	11124	11142	11160	11178	11196	11214	11232	11250	11268	11286	11304	11322	11340	11358	11376	11394	11412	11430	11448	11466	11484	11502	11520	11538	11556	11574	11592	11610	11628	11646	11664	11682	11700	11718	11736	11754	11772	11790	11808	11826	11844	11862	11880	11898	11916	11934	11952	11970	11988	12006	12024	12042	12060	12078	12096	12114	12132	12150	12168	12186	12204	12222	12240	12258	12276	12294	12312	12330	12348	12366	12384	12402	12420	12438	12456	12474	12492	12510	12528	12546	12564	12582	12600	12618	12636	12654	12672	12690	12708	12726	12744	12762	12780	12798	12816	12834	12852	12870	12888	12906	12924	12942	12960	12978	12996	13014	13032	13050	13068	13086	13104	13122	13140	13158	13176	13194	13212	13230	13248	13266	13284	13302	13320	13338	13356	13374	13392	13410	13428	13446	13464	13482	13500	13518	13536	13554	13572	13590	13608	13626	13644	13662	13680	13698	13716	13734	13752	13770	13788	13806	13824	13842	13860	13878	13896	13914	13932	13950	13968	13986	14004	14022	14040	14058	14076	14094	14112	14130	14148	14166	14184	14202	14220	14238	14256	14274	14292	14310	14328	14346	14364	14382	14400	14418	14436	14454	14472	14490	14508	14526	14544	14562	14580	14598	14616	14634	14652	14670	14688	14706	14724	14742	14760	14778	14796	14814	14832	14850	14868	14886	14904	14922	14940	14958	14976	14994	15012	15030	15048	15066	15084	15102	15120	15138	15156	15174	15192	15210	15228	15246	15264	15282	15300	15318	15336	15354	15372	15390	15408	15426	15444	15462	15480	15498	15516	15534	15552	15570	15588	15606	15624	15642	15660	15678	15696	15714	15732	15750	15768	15786	15804	15822	15840	15858	15876	15894	15912	15930	15948	15966	15984	16002	16020	16038	16056	16074	16092	16110	16128	16146	16164	16182	16200	16218	16236	16254	16272	16290	16308	16326	16344	16362	16380	16398	16416	16434	16452	16470	16488	16506	16524	16542	16560	16578	16596	16614	16632	16650	16668	16686	16704	16722	16740	16758	16776	16794	16812	16830	16848	16866	16884	16902	16920	16938	16956	16974	16992	17010	17028	17046	17064	17082	17100	17118	17136	17154	17172	17190	17208	17226	17244	17262	17280	17298	17316	17334	17352	17370	17388	17406	17424	17442	17460	17478	17496	17514	17532	17550	17568	17586	17604	17622	17640	17658	17676	17694	17712	17730	17748	17766	17784	17802	17820	17838	17856	17874	17892	17910	17928	17946	17964	17982	18000	18018	18036	18054	18072	18090	18108	18126	18144	18162	18180	18198	18216	18234	18252	18270	18288	18306	18324	18342	18360	18378	18396	18414	18432	18450	18468	18486	18504	18522	18540	18558	18576	18594	18612	18630	18648	18666	18684	18702	18720	18738	18756	18774	18792	18810	18828	18846	18864	18882	18900	18918	18936	18954	18972	18990	19008	19026	19044	19062	19080	19098	19116	19134	19152	19170	19188	19206	19224	19242	19260	19278	19296	19314	19332	19350	19368	19386	19404	19422	19440	19458	19476	19494	19512	19530	19548	19566	19584	19602	19620	19638	19656	19674	19692	19710	19728	19746	19764	19782	19800	19818	19836	19854	19872	19890	19908	19926	19944	19962	19980	200

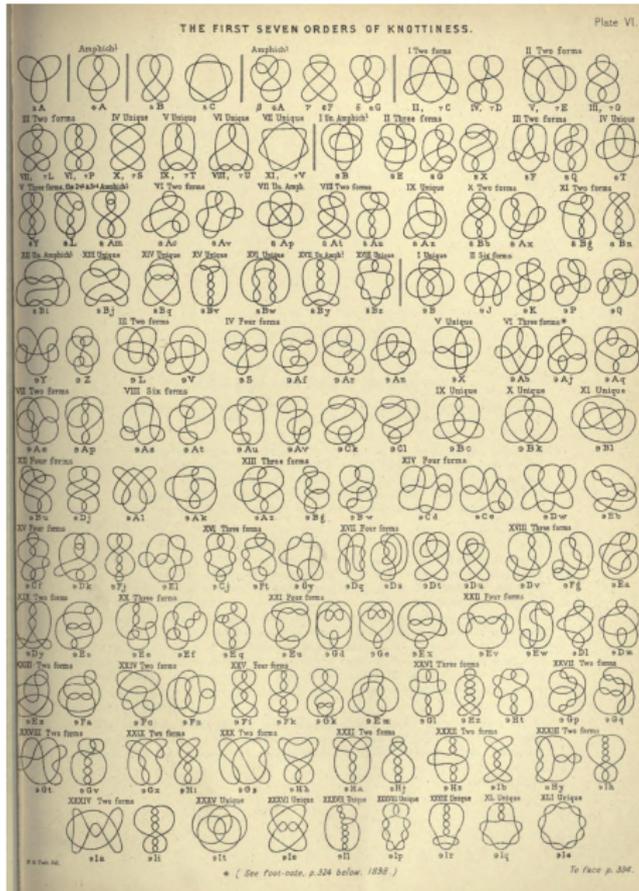
Correspondance Nœuds ↔ Atomes d'après W. Thomson



PERIODIC CHART OF THE ELEMENTS

↓		Planetary electrons																↓																																																																																																																																																					
↓		I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII		Total	↓																																																																																																																																																				
↓		2 - 2		2 - 8		2 - 8 - 18		2 - 8 - 18 - 32		2 - 8 - 18 - 32 - 50		2 - 8 - 18 - 32 - 50 - 78		2 - 8 - 18 - 32 - 50 - 78 - 98		2 - 8 - 18 - 32 - 50 - 78 - 98 - 118		↓																																																																																																																																																					
1	0 n H 1.008	1	He 4.003	2	Li 6.940	3	Be 9.012	4	B 10.82	5	C 12.011	6	N 14.008	7	O 16.000	8	F 19.00	9	Ne 20.183	10	Na 22.991	11	Mg 24.32	12	Al 26.98	13	Si 28.09	14	P 30.975	15	S 32.066	16	Cl 35.457	17	Ar 39.944	18	K 39.100	19	Ca 40.08	20	Sc 44.96	21	Ti 47.89	22	V 50.95	23	Cr 52.01	24	Mn 54.94	25	Fe 55.85	26	Co 58.94	27	Ni 58.71	28	Cu 63.54	29	Zn 65.38	30	Ga 69.72	31	Ge 72.61	32	As 74.92	33	Se 78.96	34	Br 79.91	35	Kr 83.80	36	Rb 85.48	37	Sr 87.63	38	Y 88.91	39	Zr 91.22	40	Nb 92.91	41	Mo 95.95	42	Tc 99	43	Ru 101.1	44	Rh 102.91	45	Pd 106.4	46	Ag 107.87	47	Cd 112.41	48	In 114.82	49	Sn 118.70	50	Sb 121.76	51	Te 127.61	52	I 126.91	53	Xe 131.30	54	Cs 132.91	55	Ba 137.36	56	La 138.92	57	Hf 178.50	72	Ta 180.95	73	W 183.86	74	Re 186.22	75	Os 190.2	76	Ir 192.2	77	Pt 195.09	78	Au 197.0	79	Hg 200.61	80	Tl 204.39	81	Pb 207.21	82	Bi 208.99	83	Po 210	84	At 210	85	Rn 222	86	Fr 223	87	Ra 226	88	Ac 227	89	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
2	He	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	Fr	Ra	Ac	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120																																																																												
3	Ne	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	Fr	Ra	Ac	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120																																																																																				
4	Ar	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	Fr	Ra	Ac	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120																																																																																												
5	Kr	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	Fr	Ra	Ac	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120																																																																																																														
6	Xe	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	Fr	Ra	Ac	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120																																																																																																																																
7	Rn	Fr	Ra	Ac	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120																																																																																																																																																		
6	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu	120																																																																																																																																																								
7	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	103																																																																																																																																																									

Première classification des nœuds par P. Tait



Écoutons P. Tait

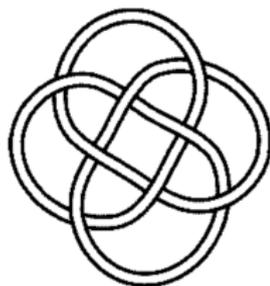
- ▶ *Le nombre énorme de raies dans le spectre de certaines substances élémentaires montre que l'atome-vortex qui leur correspond ne peut pas être trop simple.*

Écoutons P. Tait

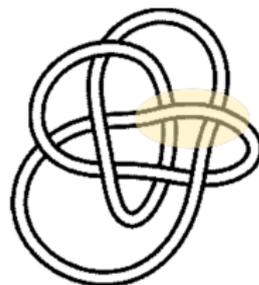
- ▶ *Le nombre énorme de raies dans le spectre de certaines substances élémentaires montre que l'atome-vortex qui leur correspond ne peut pas être trop simple.*
- ▶ *Il est peu probable qu'on attaque rigoureusement le cas de 8 croisements ou plus si les méthodes ne sont pas immensément simplifiées.*

Nœuds alternés

Un nœud est dit **alterné** si ses croisements alternent systématiquement de dessus à dessous.



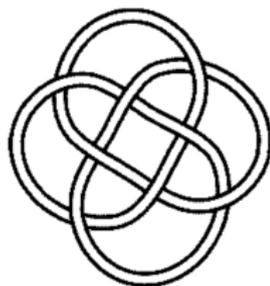
8.18 est alterné



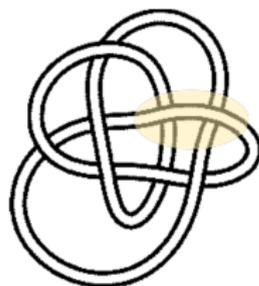
8.20 ne l'est pas

Nœuds alternés

Un nœud est dit **alterné** si ses croisements alternent systématiquement de dessus à dessous.

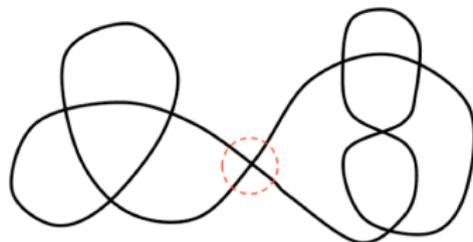


8.18 est alterné

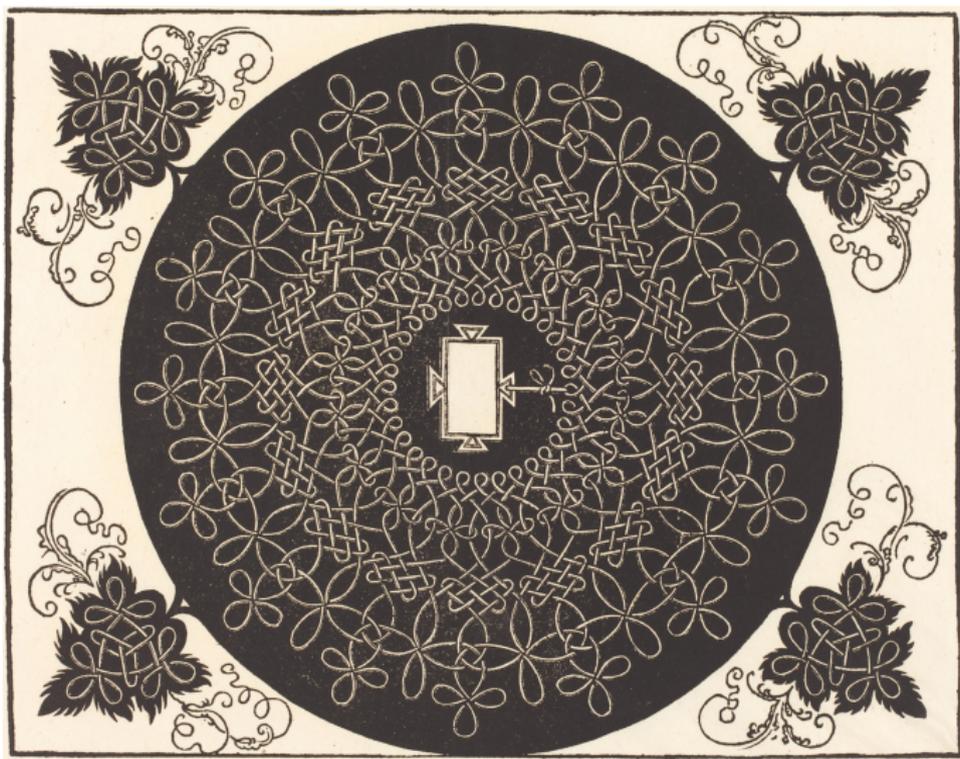


8.20 ne l'est pas

Un nœud est dit **réduit** s'il n'est pas pincé comme ci-dessous:



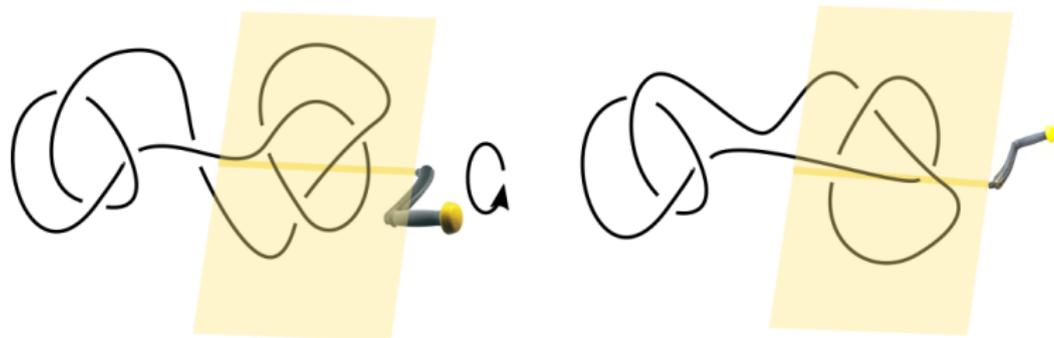
Un exemple de nœud alterné mais pas réduit



Gravure d'Albrecht Dürer, Venise (1506).

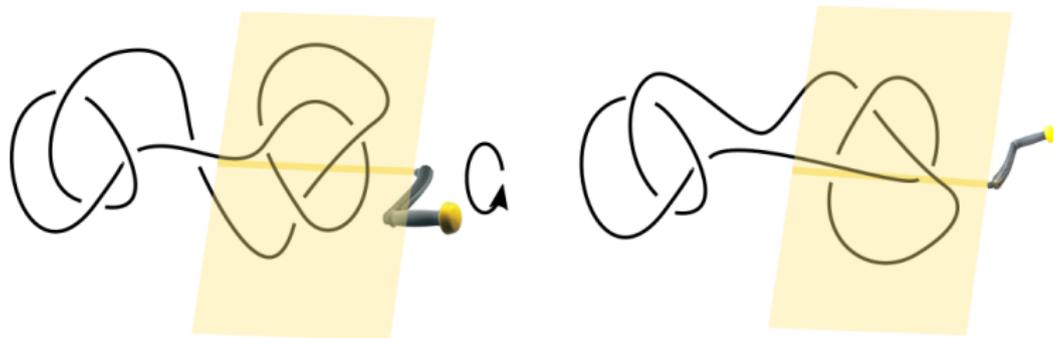
Conjecture de Tait

Si un noeud n'est pas réduit, on peut le représenter avec un croisement de moins en retournant sa partie droite



Conjecture de Tait

Si un noeud n'est pas réduit, on peut le représenter avec un croisement de moins en retournant sa partie droite

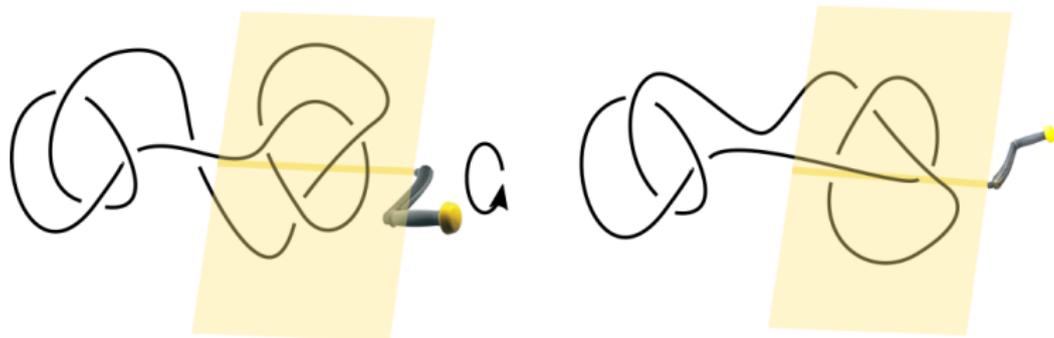


Conjecture de Tait (1876): tout nœud alterné et réduit ne peut pas être représenté avec moins de croisements.

En particulier: il ne peut pas être dénoué!

Conjecture de Tait

Si un noeud n'est pas réduit, on peut le représenter avec un croisement de moins en retournant sa partie droite



Conjecture de Tait (1876): tout nœud alterné et réduit ne peut pas être représenté avec moins de croisements.

En particulier: il ne peut pas être dénoué!

Il faudra plus de 100 ans pour démontrer la conjecture de Tait.

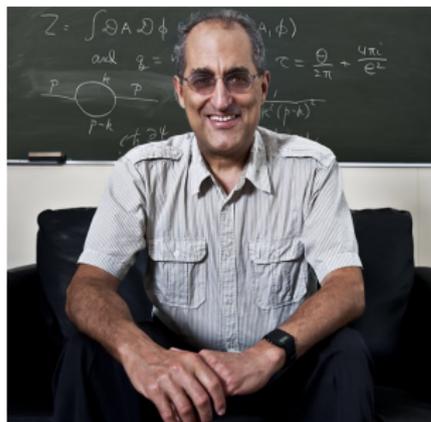
Deuxième période: 1985-1989

Après la physique qui inspire les maths, les maths qui inspirent la physique.



Vaughan Jones (1952-)

Tous les deux reçoivent la Médaille Fields en 1990



Edward Witten (1951-)

Le polynôme de Jones

En étudiant les algèbres de Von Neumann, Jones découvre comment associer à un nœud un nombre complexe dépendant de façon simple d'un paramètre q .



$$1$$



$$-q^{-4} + q^{-3} + q^{-1}$$



$$q^2 + q^{-2} - q - q^{-1} + 1$$



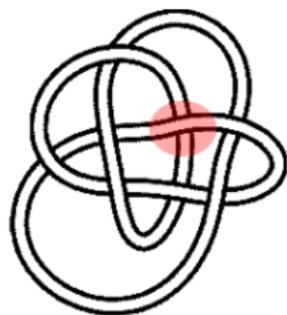
$$-q^{-7} + q^{-6} - q^{-5} + q^{-4} + q^{-2}$$



$$-q^{-6} + q^{-5} - q^{-4} + 2q^{-3} - q^{-2} + q^{-1}$$

etc.

Calcul du polynôme



P



P_+



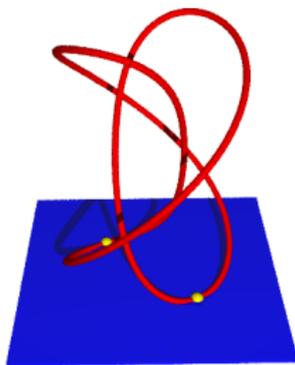
P_-

Le polynôme de Jones est la seule quantité qui vérifie la relation d'écheveau:

$$(q^{1/2} - q^{-1/2})P = q^{-1}P_+ - qP_-$$

Interprétation de E.Witten

Si on balaye un nœud avec un plan, on lit l'histoire de la création et de l'annihilation de particules dans ce plan.



Le polynôme de Jones avec $q = e^{2i\pi\hbar}$ est l'amplitude (probabilité) qu'un tel événement ait lieu à partir de rien.

L'étrange monde quantique

De la même manière que le chat de Schrödinger dans sa boîte est dans une **superposition** d'états *mort* et *vivant*, le monde plat décrit par E. Witten est le théâtre d'une **superposition** d'événements correspondant à tous les nœuds possibles, chacun ayant une probabilité d'avoir lieu donnée par le polynôme de Jones.



Il s'agit d'un *faux* monde au sens où il n'a pas de réalité physique mais il est logiquement cohérent.

L'étrange monde quantique

De la même manière que le chat de Schrödinger dans sa boîte est dans une **superposition** d'états *mort* et *vivant*, le monde plat décrit par E. Witten est le théâtre d'une **superposition** d'événements correspondant à tous les nœuds possibles, chacun ayant une probabilité d'avoir lieu donnée par le polynôme de Jones.



Il s'agit d'un *faux* monde au sens où il n'a pas de réalité physique mais il est logiquement cohérent.

- ▶ *Les bonnes mauvaises idées sont très rares, et une bonne mauvaise idée qui rivaliserait même de loin avec la majesté de la théorie des cordes n'a jamais été vue.*

Conséquences mathématiques

Conjecture de Tait (1876): tout nœud alterné et réduit ne peut pas être représenté avec moins de croisements.

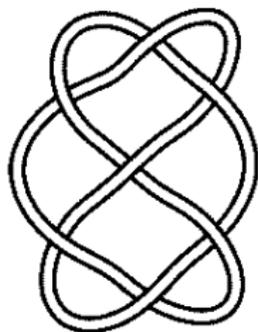
Théorème: (1987) Si K est un nœud alterné et réduit à n croisements, alors la différence entre le plus haut degré et le plus bas degré de son polynôme de Jones est n .

Conséquences mathématiques

Conjecture de Tait (1876): tout nœud alterné et réduit ne peut pas être représenté avec moins de croisements.

Théorème: (1987) Si K est un nœud alterné et réduit à n croisements, alors la différence entre le plus haut degré et le plus bas degré de son polynôme de Jones est n .

Exemple: le nœud 7_4



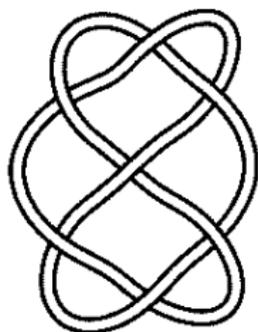
$$-q^8 + q^7 - 2q^6 + 3q^5 - 2q^4 + 3q^3 - 2q^2 + q^1$$

Conséquences mathématiques

Conjecture de Tait (1876): tout nœud alterné et réduit ne peut pas être représenté avec moins de croisements.

Théorème: (1987) Si K est un nœud alterné et réduit à n croisements, alors la différence entre le plus haut degré et le plus bas degré de son polynôme de Jones est n .

Exemple: le nœud 7_4



$$-q^8 + q^7 - 2q^6 + 3q^5 - 2q^4 + 3q^3 - 2q^2 + q^1$$

Corollaire: La conjecture de Tait est vraie.

Problèmes ouverts

Conjecture: Un nœud différent de  a-t-il un polynôme de Jones différent de 1? (vérifiée par ordinateur jusqu'à 22 croisements)

Problèmes ouverts

Conjecture: Un nœud différent de  a-t-il un polynôme de Jones différent de 1? (vérifiée par ordinateur jusqu'à 22 croisements)

Prolongements:

- ▶ D'après Thurston, les nœuds (ou plutôt leur complémentaire) sont des objets géométriques avec en particulier un volume. Comment le relier au polynôme de Jones? Il y a bien une formule conjecturale proposée il y a 20 ans, toujours ouverte.
- ▶ Dès les années 1960, on a observé une analogie mystérieuse entre nœuds et les nombres premiers. De façon très abstraite, les nombres premiers seraient plongés dans l'ensemble des nombres relatifs comme un nœud dans une sphère tridimensionnelle.

Problèmes ouverts

Conjecture: Un nœud différent de  a-t-il un polynôme de Jones différent de 1? (vérifiée par ordinateur jusqu'à 22 croisements)

Prolongements:

- ▶ D'après Thurston, les nœuds (ou plutôt leur complémentaire) sont des objets géométriques avec en particulier un volume. Comment le relier au polynôme de Jones? Il y a bien une formule conjecturale proposée il y a 20 ans, toujours ouverte.
- ▶ Dès les années 1960, on a observé une analogie mystérieuse entre nœuds et les nombres premiers. De façon très abstraite, les nombres premiers seraient plongés dans l'ensemble des nombres relatifs comme un nœud dans une sphère tridimensionnelle.

Conclusion

Les nœuds inspirent, inspirons-nous des nœuds!

