Contrôle 1

Exercice 1 : Soit $a \in R$. On définit la fonction $f: R \to R$ par $f(x) = \frac{x\sin(1/x)}{\exp(1/x^2)+1}$ pour $x \neq 0$, et $f(0) = a$.

1. Citer des résultats du cours qui assurent que f est continue sur R^*. (1pt)
2. Calculer $\lim_{\substack{x \to 0 \\ \neq}} f(x)$. (2pts)
3. Déterminer la valeur de a pour que f soit continue en 0.(1pt)
4. Vérifier dans ce cas si f est dérivable en 0.(2pts)

Exercice 2 : Soit $f(x) = (x^2+1)sinx \qquad x \in R$.

1. Calculer la dérivée de f. (1pt)
2. Montrer de deux façons différentes que l'équation $(x^2+1)cosx + 2xsinx = 0$ admet au moins une solution dans $[0, \quad \pi]$.(3pts)

Indication : On appliquera à chaque fois un théorème du cours à une fonction bien choisie sur l'intervalle $[0, \quad \pi]$.

Exercice 3 : Déterminer s'ils existent : Un majorant, un minorant, la borne supérieure, la borne inférieure,

le maximum, le minimum de l'ensemble $A = \left\{\frac{1}{n^2} + (-1)^n \quad / \quad n \in N^*\right\}$. (3pts)