U P M C – Paris 6 | 1M001
Mathématiques | 2013- 2014

# Contrôle 1

**Exercice 1** : Soit $a \in R$. On définit la fonction $f: R \to R$ par $f(x) = \frac{\mathrm{x}\cos(1/x)}{\exp(1/x^2)+1}$ pour $x \neq 0$, et $f(0) = a$.

1. Citer des résultats du cours qui assurent que $f$ est continue sur $R^*$. (1pt)
2. Calculer $\lim_{\substack{x \to 0 \\ \neq}} f(x)$. (2pts)
3. Déterminer la valeur de $a$ pour que $f$ soit continue en $0$.(1pt)
4. Vérifier dans ce cas si $f$ est dérivable en $0$.(2pts)

**Exercice 2** : On considère la fonction réelle $f$ définie sur $R$ par :

$$f(x) = \frac{e^{\sin x} - e^{-\sin x}}{2}$$

1. Calculer $f'(x)$ $(x \in R)$ .(3 pts)
2. Déterminer l'image $J = f(\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[)$ de $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ par $f$ et montrer que $f$ admet une application réciproque $f^{-1}$ définie sur $J$. (2pts)
3. Montrer que la fonction $f^{-1}$ est dérivable en $0$ et calculer sa dérivée en ce point.(1pt)
4. Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$ et Calculer la dérivée de $f^{-1}$ en ce point. (1pt)