I. GROUPES DE LIE RÉELS (SUITE)

SÉANCE DU 22/11/07

2.12. Morphismes de groupes et d'algèbres de Lie. — [6] Par un argument de graphe, les théorèmes 2.60 et 2.55 se généralisent aux morphismes, de la façon suivante.

D'abord, on va déduire du théorème 2.60 le théorème ci-dessous.

Théorème 2.76. — *Soient* H, H' *deux groupes de Lie et* $f : \mathrm{H} \to \mathrm{H}'$ *un morphisme de groupes* **continu**. *Alors* f *est une application* C^∞.

Pour la démonstration, on aura besoin du « théorème d'invariance de la dimension » de Brouwer :

Théorème 2.77. — *Soit* U*, resp.* V*, un ouvert non-vide de* $\mathbb{R}^m$*, resp. de* $\mathbb{R}^n$*. Si* U *et* V *sont homéomorphes, alors* $m = n$.

Démonstration. — Voir, par exemple, [**Dold**, IV.3.8]. (Ceci résulte du théorème d'excision pour l'homologie singulière et du fait que $\mathrm{H}_i(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n - \{0\}) = \mathbb{Z}$ si $i = n$, et $= 0$ sinon). $\square$

Corollaire 2.78. — *Soit* $\phi : \mathrm{G} \to \mathrm{G}'$ *un morphisme de groupes de Lie. On suppose que* ϕ *est un homéomorphisme. Alors* ϕ *est un difféomorphisme.*

Démonstration. — Posons $\mathfrak{g} = \mathrm{Lie}(\mathrm{G})$ et $\mathfrak{g}' = \mathrm{Lie}(\mathrm{G}')$. D'une part, il résulte du théorème d'invariance de la dimension que $\dim \mathrm{G} = \dim \mathrm{G}'$, d'où $\dim \mathfrak{g} = \dim \mathfrak{g}'$.

D'autre part, comme ϕ est injectif, $\mathrm{Ker}\,\phi = \{1\}$ et donc, d'après le théorème 2.16, $\mathrm{Ker}\, d\phi = \mathrm{Lie}(\mathrm{Ker}\,\phi) = \{0\}$. Donc $d\phi$ est injective, et donc bijective, puisque $\dim \mathfrak{g} = \dim \mathfrak{g}'$. Comme ϕ est de rang constant, par « l'argument de translation » :

$$d_g\phi \circ d_1\ell_g = d_1\ell_{\phi(g)} \circ d_1\phi$$

[6] version du 22/11/07

(cf. la preuve du théorème 2.16), alors $d_g\phi$ est bijective pour tout $g \in \mathrm{G}$. Donc ϕ est un difféomorphisme local, et puisqu'il est bijectif, il en résulte que c'est un difféomorphisme. □

Remarque 2.79. — En utilisant le théorème plus fort « d'invariance du domaine » de Brouwer (si U est un ouvert non vide de $\mathbb{R}^m$ et $\phi : \mathrm{U} \to \mathbb{R}^n$ une application continue injective, alors $m \leqslant n$; et si $m = n$ alors ϕ est un homéomorphisme de U sur $\phi(\mathrm{U})$, cf. [**Dold**, IV.7.4-5], voir aussi [**GH**], Exercices 18.10-11), on peut montrer que tout morphisme *bijectif* de groupes de Lie est un difféomorphisme.

On peut maintenant démontrer le théorème 2.76.

Démonstration du théorème 2.76. — Soient H, H' deux groupes de Lie et soit $f : \mathrm{H} \to \mathrm{H}'$ un morphisme de groupes continu. Alors, le graphe

$$\Gamma_f = \{(h, f(h)) \mid h \in \mathrm{H}\}$$

est un sous-groupe fermé du groupe de Lie $\mathrm{G} = \mathrm{H} \times \mathrm{H}'$. Donc, d'après le théorème 2.60, Γ_f est un sous-groupe de Lie fermé de G, c.-à-d., l'inclusion $\tau : \Gamma_f \hookrightarrow \mathrm{G}$ est un morphisme de groupes de Lie.

Soit $\phi = \mathrm{pr}_1 \circ \tau : \Gamma_f \to \mathrm{H}$, $(h, f(h)) \mapsto h$. Alors ϕ est un morphisme de groupes de Lie et un homéomorphisme (l'homéomorphisme inverse étant $h \mapsto (h, f(h))$!). Donc, d'après le corollaire précédent, ϕ est un difféomorphisme. Alors f égale $\mathrm{pr}_2 \circ \phi^{-1}$, donc est C^∞. □

Remarque 2.80. — Pour une démonstration plus simple du théorème 2.76, basée sur les propriétés de l'exponentielle, voir [**Go**, § 6.10] ou [**Wa**, Th. 3.38] ou [**Va**, § 2.11].

D'autre part, le théorème 2.55 se généralise au cas d'un morphisme d'algèbres de Lie $\phi : \mathfrak{h} \to \mathfrak{g}$. Avant d'énoncer cette généralisation, commençons par quelques définitions.

Soient X, Y deux espace topologiques et $f : \mathrm{X} \to \mathrm{Y}$ une application continue. Rappelons que f est un *homéomorphisme local* si tout $x \in \mathrm{X}$ possède un voisinage ouvert U tel que f induise un homémorphisme de U sur $f(\mathrm{U})$. On s'intéresse à la condition plus forte suivante.

***Définition 2.81* (Revêtements)**. — On dit que $f : \mathrm{X} \to \mathrm{Y}$ est un **revêtement** si tout $y \in \mathrm{Y}$ possède un voisinage ouvert V tel que $f^{-1}(\mathrm{V})$ soit une réunion disjointe d'ouverts de X, chacun homéomorphe à V par f.

Exemples 2.82. — Les applications $\mathbb{C}^* \to \mathbb{C}^*$, $z \mapsto z^n$ et $\exp : \mathbb{C} \to \mathbb{C}^*$ sont des revêtements.

Remarque 2.83. — Tout revêtement est un homéomorphisme local, mais la réciproque est fausse. Par exemple, la restriction à $X = \mathbb{C}^* \setminus \{-1\}$ de $z \mapsto z^2$ est un difféomorphisme local $f : X \to \mathbb{C}^*$ mais n'est pas un revêtement. En effet, pour tout disque V centré en 1 et de rayon $\varepsilon < 1$, $f^{-1}(V)$ est réunion disjointe d'un voisinage de 1 homéomorphe à V et d'un voisinage épointé de -1, qui n'est pas contractile donc pas homéomorphe à V.

***Définition 2.84* (Espaces simplement connexes)**. — Soit Y une variété C^∞ non vide connexe. On dit que Y est **simplement connexe** (ou, pour abréger, **1-connexe**) si tout revêtement connexe $f : X \to Y$ est trivial, c.-à-d., si tout revêtement $f : X \to Y$ avec X connexe, est un homéorphisme.

Remarque 2.85. — Cette définition de « *simplement connexe* » est équivalente à la définition en termes de lacets, c.-à-d., ayant fixé arbitrairement un point-base $y_0 \in Y$, on a :

$$\begin{aligned} \text{Y est simplement connexe } &\Leftrightarrow \text{ tout lacet dans Y est homotope à zéro} \\ &\Leftrightarrow \pi_1(Y) = \{0\}, \end{aligned}$$

où $\pi_1(Y) = \pi_1(Y, y_0)$ désigne le groupe fondamental de Y. Pour cela, voir [**Go**, § 2] ou [**GH**, Part I].

Remarque 2.86. — Soit G un groupe de Lie connexe. On peut montrer que $\pi_1(G)$ est commutatif ([**Go**, § 2.6] ou [**Laf**, Prop. IV.43] ou [**GH**, § 6.11]), donc coïncide avec le groupe d'homologie

$$H_1(G, \mathbb{Z})$$

(théorème de Hurewicz, voir [**GH**, § 12]). En particulier, comme $H_i(S^3, \mathbb{Z}) = 0$ pour $i \neq 0, 3$, ceci montre que le groupe de Lie $SU(2) \cong S^3$ est simplement connexe (ce qu'on peut aussi voir directement).

Plus généralement, on peut montrer que, pour $n \geqslant 2$, $SU(n)$ est simplement connexe, tandis que, pour $n \geqslant 3$, $SO(n)$ est connexe mais son groupe fondamental est $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. Voir, par exemple, [**MT**], théorèmes 4.7.11 et 5.2.1.

On peut maintenant énoncer et démontrer le théorème suivant.

***Théorème 2.87* (Morphismes de source un groupe de Lie 1-connexe)**

Soient G_1, G_2 *deux groupes de Lie connexes,* $\mathfrak{g}_1, \mathfrak{g}_2$ *leurs algèbres de Lie, et* $\phi : \mathfrak{g}_1 \to \mathfrak{g}_2$ *un morphisme d'algèbres de Lie.*

1) *Il existe* **au plus un** *morphisme de groupes de Lie* $\sigma : G_1 \to G_2$ *tel que* $d\sigma = \phi$. *Dans ce cas, on a* $\mathrm{Lie}(\mathrm{Ker}\,\sigma) = \mathrm{Ker}\,\phi$.

2) *Si* G_1 *est simplement connexe, il* **existe** *un unique morphisme de groupes de Lie* $\sigma : G_1 \to G_2$ *tel que* $d\sigma = \phi$.

Démonstration. — Posons $G = G_1 \times G_2$; son algèbre de Lie est $\mathfrak{g} = \mathfrak{g}_1 \times \mathfrak{g}_2$. Notons $\mathfrak{h}$ le graphe de ϕ, c.-à-d.,

$$\mathfrak{h} = \{(x, \phi(x)) \mid x \in \mathfrak{g}_1\}.$$

C'est une sous-algèbre de Lie de $\mathfrak{g}_1 \times \mathfrak{g}_2 = \mathrm{Lie}(G)$, isomorphe à $\mathfrak{g}_1$ par la première projection pr_1. .

D'après le théorème 2.55, il existe un unique sous-groupe de Lie connexe (H, τ) de G tel que $\mathrm{Lie}(H) = \mathfrak{h}$, c.-à-d., τ est une immersion injective et $d\tau = (\mathrm{id}_{\mathfrak{g}_1}, \phi)$.

1) Soit $\sigma : G_1 \to G_2$ un morphisme tel que $d\sigma = \phi$. Alors le morphisme graphe

$$\widetilde{\sigma} : G_1 \longrightarrow G_1 \times G_2, \qquad x \mapsto (x, \sigma(x))$$

est une immersion injective, et l'on a

$$d\widetilde{\sigma} = (\mathrm{id}_{\mathfrak{g}_1}, d\sigma) = (\mathrm{id}_{\mathfrak{g}_1}, \phi).$$

Donc, d'après le résultat d'unicité dans le théorème 2.55, il existe un (unique) isomorphisme

$$\psi : G_1 \xrightarrow{\sim} H \qquad \text{tel que} \quad \tau \circ \psi = \widetilde{\sigma}.$$

Le graphe de σ, égal à $\widetilde{\sigma}(G_1)$, est donc égal à $\tau(H)$, donc uniquement déterminé par $\mathfrak{h}$, c.-à-d., par ϕ. Ceci montre que σ, s'il existe, est unique. De plus, s'il existe, on a

$$\mathrm{Lie}(\mathrm{Ker}\,\sigma) = \mathrm{Ker}\,d\sigma = \mathrm{Ker}\,d\phi,$$

d'après le théorème 2.16. Ceci prouve 1).

Montrons 2). Soit $\pi = \mathrm{pr}_1 \circ \tau$, c'est un morphisme de groupes de Lie de H vers G_1, et

$$(*) \qquad d\pi = \mathrm{pr}_1 \circ (\mathrm{id}_{\mathfrak{g}_1}, \phi) = \mathrm{id}_{\mathfrak{g}_1}$$

est un isomorphisme. Donc, d'après le théorème d'inversion locale 1.24, il existe des voisinages ouverts U, resp. V, de l'identité dans H, resp. G_1, tels que π induise un difféomorphisme de U sur V.

Alors, $\pi(H)$ est un sous-groupe de G_1 contenant un voisinage de l'identité. Comme G_1 est connexe, ceci entraîne que $\pi(H) = G_1$, d'après le lemme 1.50.

De plus, $\mathrm{Ker}\,\pi \cap U = \{1\}$ et donc $K := \mathrm{Ker}\,\pi$ est un sous-groupe discret de H, et $\pi : H \to G_1$ est un *revêtement*. En effet, soit $g \in G_1$ et $h \in \pi^{-1}(g)$ arbitraire. Alors $\pi^{-1}(gV) = hUK$ et, comme $K \cap U = \{1\}$, alors $\pi^{-1}(gV)$ est la réunion disjointe :

$$\bigsqcup_{k \in K} hUk,$$

et chaque hUk est difféomorphe par π à $g\pi(U) = gV$. Ceci montre que π est un revêtement, connexe puisque H est connexe.

Donc, sous l'hypothèse que G_1 est simplement connexe, π est un homéomorphisme. Comme c'est un difféomorphisme local, d'après le lemme 2.53, c'est donc un difféomorphisme. On peut donc poser :

$$\sigma = \mathrm{pr}_2 \circ \tau \circ \pi^{-1}.$$

C'est un morphisme de groupes de Lie $G_1 \to G_2$ et, via l'identification $(*)$ de $\mathfrak{h}$ à $\mathfrak{g}_1$ via $d\pi$, on obtient que $d\sigma = \phi$. Ceci montre l'existence, lorsque G_1 est supposé simplement connexe. Le théorème est démontré. □

Lemme 2.88. — *Soient* G *un groupe topologique* **connexe** *et* D *un sous-groupe discret normal. Alors* D *est central.*

Démonstration. — Soit $d \in D$. Il existe un voisinage ouvert V de d dans G tel que $V \cap D = \{d\}$. L'application $\phi : G \to G$, $g \mapsto gdg^{-1}$ est continue, à valeurs dans D (car D est normal), et vérifie $\phi(e) = d$. Donc, il existe un voisinage ouvert U de e dans G tel que

$$\forall\, g \in U, \qquad gdg^{-1} \in V \cap D = \{d\}.$$

Donc d commute à U, qui engendre G puisque G est connexe. Donc d est central. Le lemme est démontré. □

***Théorème 2.89* (Existence d'un revêtement universel)**. — *Soit* G *un groupe de Lie connexe. Il existe un groupe de Lie connexe et simplement connexe* $\widetilde{G}$ *et un morphisme de groupes de Lie*

$$\pi : \widetilde{G} \longrightarrow G$$

qui est un revêtement ; alors $d\pi$ *est un isomorphisme*

$$\mathrm{Lie}(\widetilde{G}) \xrightarrow{\sim} \mathrm{Lie}(G)$$

et $\mathrm{Ker}\,\pi$ *est un sous-groupe normal discret, donc central. De plus,* $\widetilde{G}$ *est unique à isomorphisme unique près ; on l'appelle le revêtement universel de* G.

Démonstration. — Pour la démonstration, on renvoie à [**Go**, § 2] ou [**Wa**, 3.22–26]. □

Notation 2.90. — Dans la suite, on écrira parfois « 1-connexe » pour dire : « connexe et simplement connexe ».

Proposition 2.91. — *Soient* G, G′ *deux groupes de Lie* 1*-connexes. Si* $\mathrm{Lie}(G) \cong \mathrm{Lie}(G')$*, alors* $G \cong G'$.

Démonstration. — Soit ϕ un isomorphisme $\mathrm{Lie}(G) \xrightarrow{\sim} \mathrm{Lie}(G')$. D'après le théorème 2.87, il existe un (unique) morphisme de groupes de Lie

$$\sigma : G \longrightarrow G', \qquad \text{resp.} \qquad \tau : G' \longrightarrow G$$

tel que $d\sigma = \phi$, resp. $d\tau = \phi^{-1}$. Alors $\tau\sigma$ est un morphisme $\mathrm{G} \to \mathrm{G}$ tel que

$$d(\tau\sigma) = \mathrm{id}_{\mathfrak{g}} = d(\mathrm{id}_{\mathrm{G}}).$$

Donc, d'après l'assertion d'unicité dans le théorème 2.87, on a $\tau\sigma = \mathrm{id}_{\mathrm{G}}$, et de même $\sigma\tau = \mathrm{id}_{\mathrm{G}'}$. Ceci montre que $\mathrm{G} \cong \mathrm{G}'$. □

2.13. Groupes de Lie semi-simples compacts. —

Définition 2.92. — Soit G un groupe de Lie connexe. On dit que G est

1) **semi-simple** si Lie(G) est semi-simple ;

2) **quasi-simple** si Lie(G) est simple.

Théorème 2.93. — *Soit* G *un groupe de Lie compact connexe semi-simple. Alors son revêtement universel* $\widetilde{\mathrm{G}}$ *est compact* (*et semi-simple, puisque* $\mathrm{Lie}(\widetilde{\mathrm{G}}) = \mathrm{Lie}(\mathrm{G})$).

La démonstration utilise les deux lemmes suivants, pour lesquels on renvoie à [**BI7-8**, § VII.3, Prop. 4 & Lemme 3].

Lemme 2.94. — *Soit* $\pi : \widetilde{\mathrm{G}} \to \mathrm{G}$ *un morphisme surjectif de groupes de Lie connexes, et soit* $\mathrm{D} = \mathrm{Ker}\,\pi$. *On suppose* G *compact et* D *central dans* $\widetilde{\mathrm{G}}$. *Alors tout morphisme de groupes de Lie* $\phi : \mathrm{D} \to \mathbb{R}$ *s'étend en un morphisme de groupes de Lie* $\widetilde{\phi} : \widetilde{\mathrm{G}} \to \mathbb{R}$.

Lemme 2.95. — *Soit* $\pi : \widetilde{\mathrm{G}} \to \mathrm{G}$ *un morphisme surjectif de groupes de Lie connexes, et soit* $\mathrm{D} = \mathrm{Ker}\,\pi$. *On suppose* G *compact et* D *discret* (*donc central*). *Alors* D *est un groupe abélien de type fini.*

Démonstration du théorème. — Soit $\mathrm{D} = \mathrm{Ker}(\widetilde{\mathrm{G}} \to \mathrm{G})$. C'est un sous-groupe discret normal, donc central d'après le lemme 2.88. D'après le lemme 2.95, D est un groupe abélien de type fini, donc de la forme

$$\mathrm{D} = \mathbb{Z}^r \bigoplus \mathrm{D}_1, \qquad \text{où } \mathrm{D}_1 \text{ est un groupe fini.}$$

Montrons que $r = 0$. Supposons $r \geqslant 1$. Alors, on a un morphisme de groupes (de Lie)

$$\phi : \mathrm{D} \xrightarrow{\mathrm{pr}_1} \mathbb{Z} \hookrightarrow \mathbb{R}$$

tel que $\phi(\mathrm{D}) = \mathbb{Z}$. D'après le lemme 2.94, ϕ s'étend en un morphisme de groupes de Lie

$$\widetilde{\phi} : \widetilde{\mathrm{G}} \longrightarrow \mathbb{R}.$$

Alors $d\widetilde{\phi} : \mathfrak{g} \to \mathbb{R}$ est nulle car $\mathfrak{g} = [\mathfrak{g}, \mathfrak{g}]$. Comme

$$\forall\, g \in \widetilde{\mathrm{G}}, \qquad d_g\widetilde{\phi} \circ d_1\ell_g = d_1\ell_{\widetilde{\phi}(g)} \circ d_1\widetilde{\phi},$$

alors $d_g\widetilde{\phi} = 0$ pour tout $g \in \widetilde{\mathrm{G}}$. Donc $\widetilde{\phi}$ est le morphisme constant $\widetilde{\mathrm{G}} \to \{0\}$, d'après la proposition plus bas. Mais ceci est une contradiction, puisque $\widetilde{\phi}(\mathrm{G})$ contient $\phi(\mathrm{D}) = \mathbb{Z}$. Cette contradiction montre que $r = 0$, et donc $\mathrm{D} = \mathrm{D}_1$ est un groupe (abélien) fini. Il en résulte que $\widetilde{\mathrm{G}}$ est compact. Ceci prouve le théorème, modulo la proposition ci-dessous. □

Proposition 2.96. — *Soit $f : \mathrm{M} \to \mathrm{N}$ un morphisme de variétés C^∞, avec M connexe. On suppose que $d_m f = 0$, pour tout $m \in \mathrm{M}$. Alors f est constante.*

Démonstration. — Comme M est supposée connexe, il suffit de montrer que f est localement constante. En prenant des cartes locales, on se ramène ainsi à montrer qu'une application $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ telle que $d_x f = 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}^n$, est constante. Ceci ne présente pas de difficulté, voir par exemple [**Wa**, 1.24]. □

TABLE DES MATIÈRES

Bibliographie

[Abe] E. Abe, Hopf algebras, Cambridge Univ. Press, 1977.

[Ad] J. F. Adams, Lectures on Lie groups, Univ. Chicago Press, 1969.

[Am] Y. Amice, Les nombres p-adiques, P.U.F., 1975.

[AM] M. Atiyah, I. G. Macdonald, Commutative algebra, Addison Wesley, 1969.

[Bl] A. Blanchard, Les corps non commutatifs, P.U.F., 1972.

[Bo] A. Borel, Linear algebraic groups, Second enlarged edition, Springer Verlag, 1991.

[BA1-3] N. Bourbaki, Algèbre, Chapitres 1 à 3, 1981.

[BA8] N. Bourbaki, Algèbre, Chap. 8, 1958.

[BL1] N. Bourbaki, Groupes et algèbres de Lie, Chap. 1, 1971.

[BL4-6] N. Bourbaki, Groupes et algèbres de Lie, Chap. 4–6, 1968.

[BL7-8] N. Bourbaki, Groupes et algèbres de Lie, Chap. 7-8, 1975.

[BI7-8] N. Bourbaki, Intégration, Chap. 7-8, 1963.

[BrM] J. Briançon, Ph. Maisonobe, Éléments d'algèbre commutative, niveau M1, Ellipses, 2004.

[BS] M. Brion, G. Schwarz, Théorie des invariants & Géométrie des variétés quotients, Hermann, 2000.

[BtD] Th. Bröcker, T. tom Dieck, Representations of compact Lie groups, Springer 1985 (3rd printing, 2003).

[Ca] H. Cartan, Cours de calcul différentiel, Hermann, nouvelle édition, refondue et corrigée, 1977.

[Ca2] H. Cartan, Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes, Hermann, 1961, nouveau tirage, 1978.

[Die] J. Dieudonné, Cours de géométrie algébrique, tome 2, P.U.F., 1974.

[Di74] J. Dixmier, Algèbres enveloppantes, Gauthier-Villars, 1974

[Di81] J. Dixmier, Topologie générale, P.U.F., 1981.

[Do88] D. Z. Doković, An elementary proof of the structure theorem for connected solvable affine algebraic groups, Enseign. Math. (2) 34 (1988), 269-273.

[Dold] A. Dold, Lectures on algebraic topology, Springer Classics in Mathematics, 1995.

[DK] J. J. Duistermaat, J. A. C. Kolk, Lie groups, Springer, 2000.

[Eis] D. Eisenbud, Commutative algebra with a view towards algebraic geometry, Springer, 1995.

[Fa] J. Faraut, Analyse sur les groupes de Lie, Calvage & Mounet, 2005.

[Go] R. Godement, Introduction à la théorie des groupes de Lie, Publ. Math. Paris VII, 1982, et Springer, 2004.

[GH] M. J. Greenberg, J. R. Harper, Algebraic Topology, a first course, Addison-Wesley, 1981.

[Ha] R. Hartshorne, Algebraic Geometry, Springer Verlag, 1977.

[Hel] S. Helgason, Differential geometry, Lie groups, and symmetric spaces, Academic Press 1978, ninth printing Amer. Math. Soc. 2001.

[Her] I. N. Herstein, Noncommutative rings, Carus Math. Monogr., 1968, nouveau tirage, 1994.

[Ho] G. P. Hochschild, The structure of Lie groups, Holden-Day, 1965, trad. française : La structure des groupes de Lie, Dunod, 1968.

[Ho81] G. P. Hochschild, Basic theory of algebraic groups and Lie algebras, Springer-Verlag, 1981.

[Hu] J. E. Humphreys, Introduction to Lie algebras and representation theory, Springer-Verlag, 1972, third printing, revised, 1980.

[Hu2] J. E. Humphreys, Linear algebraic groups, Springer-Verlag, 1975, corrected 2nd printing 1981.

[Iit] S. Iitaka, Algebraic geometry, Springer, 1982.

[Jac] N. Jacobson, Lie algebras, Wiley, 1962, Dover, 1979.

[Jac80] N. Jacobson, Basic Algebra II, Freeman & Co., 1980.

[KSS] H. Kraft, P. Slodowy, T. A. Springer (Ed.), Algebraische Transformationsgruppen und Invariantentheorie - Algebraic Transformation Groupes and Invariant Theory, Birkäuser, 1989.

[Ka] V. Kac, Infinite-dimensional Lie algebras, Birkhäuser 1983, 3rd edition, Cambridge Univ. Press, 1990.

[Ke] G. R. Kempf, Algebraic varieties, Cambridge Univ. Press, 1993.

[Kna] A. W. Knapp, Lie groups beyond an introduction, Birkhäuser, 1996, 2nd edition, 2002.

[Ku] E. Kunz, Introduction to commutative algebra and algebraic geometry, Birkhäuser, 1985.

[Laf74] J.-P. Lafon, Les formalismes fondamentaux de l'algèbre commutative, Hermann, 1974.

[Laf77] J.-P. Lafon, Algèbre commutative (Langages géométrique et algébrique), Hermann, 1977.

[Laf] J. Lafontaine, Introduction aux variétés différentielles, Presses Univ. Grenoble, 1996.

[La] S. Lang, Algebra, Addison-Wesley, 1965. Traduction française de la 3ème édition : *Algèbre*, Dunod, 2004.

[Le] D. Leborgne, Calcul différentiel et géométrie, P.U.F., 1982.

[Lu99] Retour sur un théorème de Chevalley, Enseign. Math. (2) 45 (1999), 317-320.

[Ma] P. Malliavin, Géométrie différentielle intrinsèque, Hermann, 1972.

[Ma1] H. Matsumura, Commutative algebra (2nd edition), Benjamin, 1980.

[Ma2] H. Matsumura, Commutative ring theory, Cambridge Univ. Press, 1986, paperback edition with corrections, 1989.

[MT] R. Mneimné, F. Testard, Introduction à la théorie des groupes de lie classiques, Hermann, 1986, nouveau tirage 2005.

[Pe] D. Perrin, Géométrie algébrique - Une introduction, Inter Éditions/-CNRS Éditions, 1995.

[Po] P. Polo, Algèbre et théorie de Galois, cours de M1 2005/06 à l'Université Paris 6, www.math.jussieu.fr/~polo

[Pi] G. Pichon, Groupes de Lie : représentations linéaires et applications, Hermann, 1973.

[Ro] A. Robert, Introduction to the representation theory of compact and locally compact groups, Cambridge Univ. Press, 1983.

[Ru73] W. Rudin, Functional analysis, McGraw-Hill, 1973.

[Ru75] W. Rudin, Analyse réelle et complexe, Masson, 1975.

[Se] J.-P. Serre, Algèbres de Lie semi-simples complexes, Benjamin, 1965, Complex semisimple Lie algebras, Springer, 2001.

[Spi] M. Spivak, A Comprehensive Introduction to Differential Geometry I, Publish or Perish, 1970, 3rd edition 2005.

[Spr] T. A. Springer, Linear algebraic groups, Birkäuser, 1981, 2nd edition 1998.

[Sw] M. E. Sweedler, Hopf Algebras, Benjamin, 1969.

[Ti] J. Tits, Liesche Gruppen und Algebren, Springer-Verlag, 1983.

[Va] V. S. Varadarajan, Lie groups, Lie algebras, and their representations, Prentice-Hall 1974, Springer 1984.

[Wa] F. W. Warner, Foundations of differentiable manifolds and Lie groups, Scott & Foresman, 1971, Springer, 1983.

[Zi] R. Zimmer, Essential results of functional analysis, Univ. Chicago Press, 1990.