

## Bernard Leclerc (Université de Caen)

### *Vecteurs réels des bases cristallines*



Jeudi 25  
juin 2020  
17h00-18h00

Les bases cristallines ont été introduites en 1990 par Kashiwara. Ses motivations provenaient de calculs dans la théorie des systèmes intégrables sur réseaux suivant une méthode initiée par Baxter. Heuristiquement, ces calculs se simplifient et deviennent praticables lorsque la température absolue tend vers 0 et que les systèmes «cristallisent». Les bases cristallines sont des bases très spéciales des algèbres enveloppantes quantiques de Drinfeld et Jimbo, qui deviennent des objets purement combinatoires lorsque le paramètre quantique  $q$  tend vers 0. Elles ont permis de résoudre des questions importantes de théorie des représentations.

En 1993 Berenstein et Zelevinsky ont commencé à explorer les propriétés multiplicatives de la base cristalline supérieure. Ils ont proposé une conjecture étonnante: si deux éléments de cette base  $q$ -commutent, leur produit appartient à la base. En 2001, après avoir découvert des contre-exemples, j'ai proposé une version corrigée de cette conjecture dans laquelle on rajoute l'hypothèse que l'un des deux éléments est «réel», c'est-à-dire que son carré appartient à la base.

La conjecture corrigée a été démontrée en 2015 par Kang-Kashiwara-Kim-Oh en utilisant une catégorification des éléments de la base cristalline par des modules simples sur une algèbre de Hecke-carquois. J'essaierai d'expliquer les grandes lignes de cette preuve. En 2020 Qin a donné une nouvelle preuve qui n'utilise pas de catégorification et s'étend au cas des matrices de Cartan symétrisables.