

Systèmes dynamiques sur 2-tore modelant la jonction de Josephson, les déformations isomonodromiques et les équations de Painlevé 3.

Alexey Glutsyuk

Je présenterai des résultats obtenus en collaboration avec Yulia Bibilo.

L'effet tunnel prédit par Brian Josephson (Prix Nobel de 1973) concerne la jonction de Josephson: un système de deux supraconducteurs séparés par un diélectrique mince. Cet effet est l'existence d'un supracourant qui la traverse, et qui est décrit par les équations découvertes par Josephson. La *jonction de Josephson surchuntée* est modélée par une famille d'équations différentielles sur le 2-tore, dépendant de 3 paramètres: B (abscissa), A (ordonnée) et ω (fréquence). Nous étudions son *nombre de rotation* $\rho(B, A; \omega)$ comme fonction de (B, A) à fréquence fixée ω . Les *zones de verrouillage de phase* sont ceux des ensembles de niveaux $L_r := \{\rho = r\}$, qui ont intérieur non vide. Elles existent uniquement pour $r \in \mathbb{Z}$ (d'après un résultat de V.M.Buchstaber, O.V.Karpov, S.I.Tertychnyi). Elles sont des analogues des célèbres langues d'Arnold. Chaque zone L_r est une chaîne infinie de domaines allant vers l'infini verticalement et séparés par des points. Ces points de séparation s'appellent *constrictions* (sauf ceux, qui sont situés sur l'axe d'abscisses). Voir les figures des zones L_r ci-dessous pour $\omega = 2, 1, 0.3$.

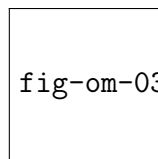
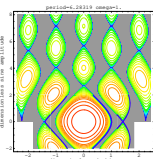
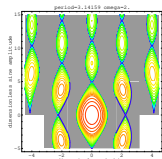


fig-om-03-eps-converted-to.pdf

Nous démontrons deux conjectures provenant des expériences numériques:

- 1) *toutes les constrictions de L_r sont situées sur la droite verticale $\{B = \omega r\}$;*
- 2) *toute constriction est positive: son petit voisinage épointé sur la droite verticale est contenu dans $\text{Int}(L_r)$.*

La preuve utilise la description équivalente du modèle par systèmes d'équations différentielles linéaires sur $\overline{\mathbb{C}}$ (dûe à Buchstaber, Karpov, Tertychnyi), leurs déformations isomonodromiques décrites par solutions des équations de Painlevé 3, et des méthodes de la théorie des systèmes lents-rapides.

Nous discuterons aussi des problèmes ouverts.

[1] Bibilo, Yu.; Glutsyuk, A. *On families of constrictions in model of overdamped Josephson junction and Painlevé 3 equation*. Preprint <https://arxiv.org/abs/2011.07839>