Séminaire de théorie des nombres

Le 7 juin à 14h

Sur la complexité des nombres algébriques

Exposé de Boris Adamczewski

Résumé : En 1950, E. Borel conjectura que le développement décimal de $\sqrt{2}$ satisfait à certaines lois suivies par un nombre choisi au hasard. Plus précisément, il est attendu que tout irrationnel algébrique soit un nombre normal. Une mesure classique de la complexité d'une suite à valeurs dans un ensemble fini consiste à compter le nombre $p(n)$ de mots distincts de longueur n qu'elle contient. Ainsi, la conjecture précédente implique que, pour tout entier b, le développement b-adique d'un nombre irrationnel algébrique doit être de complexité maximale (i.e., $p(n) = b^n$). En 1965, J. Hartmanis and R. E. Stearns ont proposé une approche alternative de la notion de complexité pour les nombres réels en développant l'aspect quantitatif de la notion de calculabilité introduite par A. M. Turing. Les nombres réels les plus simples en ce sens sont dits calculables en temps réel. Le problème de Hartmanis-Stearns, auquel une réponse négative est attendue, est le suivant : existe-t-il des nombres algébriques irrationnels calculables en temps réel ? Bien que ces deux conjectures soient considérées comme totalement hors d'atteinte, nous présenterons quelques résultats très partiels obtenus a l'aide du théorème des sous-espaces de W. M. Schmidt.