Séminaire de théorie des nombres

Le 5 mai 2008 à 14h

Equations différentielles sur les courbes p-adiques semistables

Francesco Baldassarri (Università di Padova)

Résumé : Un affinoïde X de dimension 1, lisse au sens de la géométrie rigide sur un corps p-adique k, vu comme espace analytique de Berkovich, a la propriété que chacun de ses points k-rationels admet un voisinage ouvert maximal isomorphe au disque ouvert $D_k(0, 1^-)$. Il en est de même pour tout point x de X, par extension au corps résiduel $\mathcal{H}(x)$. Un système differentiel sur X admet donc un *rayon de convergence normalisé* $\mathcal{R}(x)$ en chaque point $x \in X$. X est en fait un graphe infini, formé par des arbres plantés sur le squelette de X, et la fonction $x \mapsto \mathcal{R}(x)$ est continue, logarithmiquement affine par morceaux, et logarithmiquement concave sur les arêtes. La dérivée logarithmique de cette fonction le long d'une arête en ses sommets est (dans le cas où $\mathcal{R}$ vaut 1 à ce sommet) la plus grande pente au sens de Christol-Mebkhout dans l'anneau de Robba correspondant. Ces notions se transposent aux fibrés à connexion $(\mathcal{E}, \nabla)$ sur des courbes algébriques projectives et lisses X, où (surtout en genre ≤ 1 !) on ajoute la donnée d'un modèle formel strictement semistable $\mathcal{X}$ de X, et on suppose que $\mathcal{E}$ provient d'un $\mathcal{O}_{\mathcal{X}}$-module localement libre. Si le fibré à connexion a des singularités polaires sur la courbe X, et si tous les objets sont définis sur $\overline{\mathbb{Q}}$, on peut définir $\mathcal{R}(x)$ en ne considérant que des disques qui ne touchent pas aux points singuliers (comme quoi on ajoute au squelette $S(\mathcal{X})$ une arête pour chaque point singulier), et on montre qu'elle s'étend par continuité à X toute entière. La même dérivée logarithmique au points singuliers, donne le rang d'irrégularité de Poincaré-Katz en ce point.

La partie analytique de cet exposé découle d'une collaboration avec Lucia Di Vizio.