Séminaire de théorie des nombres

Le 6 avril 2009 à 14h

Le théorème d'irréductibilité de Hilbert pour les groupes algébriques linéaires

Exposé de Pietro Corvaja (Univeristà di Udine)

Résumé : Soit $P(X,Y) \in \mathbf{Z}[X,Y]$ un polynôme absolument irréductible. Le célèbre théorème d'irréductibilité de Hilbert assure l'existence d'une infinité de spécialisations $X \mapsto n \in \mathbf{N}$ en entiers naturels tels que le polynôme $P(n,Y) \in \mathbf{Z}[Y]$ soit irréductible dans l'anneau $\mathbf{Q}[Y]$. Cet énoncé est équivalent au suivant : soit V une courbe algébrique définie sur $\mathbf{Q}$, $\pi : V \to \mathbf{G}_a$ un morphisme fini, où $\mathbf{G}_a \simeq \mathbf{A}^1$ désigne le groupe additif, $\Gamma \subset \mathbf{G}_a$ un sous-semigroupe Zariski-dense. Si $\pi(V(\mathbf{Q})) \supset \Gamma$ alors π admet une section.

On va démontrer une généralisation naturelle de ce résultat aux groupes algébriques linéaires ; la démonstration se ramène à une étude de certaines équations diophantiennes avec suites récurrentes linéaires ; elle utilise de manière essentielle un résultat récent de Ferretti et Zannier.