

Séminaire de théorie des nombres

Le 24 Janvier 2011 à 14h (Jussieu)

Etude locale des toiseurs sous une courbe elliptique

Exposé de TONG Jilong
(Université de Bordeaux I)

Résumé : Soit $\mathcal{O}_K$ un anneau de valuation discrète complet, à corps résiduel k algébriquement clos de caractéristique $p > 0$, à corps des fractions K , et soit $\pi \in \mathcal{O}_K$ une uniformisante de $\mathcal{O}_K$. Notons $S = \text{Spec}(\mathcal{O}_K)$, avec s le point fermé. Soit J_K une courbe elliptique sur K , et notons $\mathcal{N}$ son S -modèle de Néron, $J = \mathcal{N}^\circ$ sa composante neutre. Donnons-nous par ailleurs un toiseur X_K sous J_K d'ordre d , et soit X le S -modèle propre minimal régulier de X_K . En général, X n'est pas cohomologiquement plat, et son foncteur de Picard $\text{Pic}_{X/S}^\circ$ n'est pas représentable, même par un espace algébrique en général. C'est connu qu'il existe un épimorphisme (pour la topologie fppf) de foncteurs en groupes naturel $q : \text{Pic}_{X/S}^\circ \rightarrow J$ qui prolonge l'isomorphisme de bidualité sur la fibre générique. De plus, le pgcd des multiplicités des composantes irréductibles de X_s est d . Il existe donc un faisceau inversible d'idéaux $\mathcal{I}$ de $\mathcal{O}_X$ tel que $\mathcal{I}^d = \pi \mathcal{O}_X \subset \mathcal{O}_X$. Dans cet exposé, on va étudier les faisceaux inversibles sur X en relation avec la filtration $\mathcal{I}$ -adique, et ensuite de montrer que le morphisme q ci-dessus est compatible avec la filtration $\mathcal{I}$ -adique sur $\text{Pic}_{X/S}^\circ(S)$, et la filtration π -adique sur $J(S)$. Tout ceci se dit agréablement sur les réalisations de Greenberg de $\text{Pic}_{X/S}^\circ$ et J . Cette étude conduit aussi aux fonctions de Herbrand, similaires à celles rencontrées par Serre dans sa description du corps de classes local.