

# Séminaire de théorie des nombres

Le 18 mars 2013 à 14h (PRG)

## Sur l'approximation rationnelle des nombres automatiques

Exposé de Yann Bugeaud  
(Strasbourg)

### Résumé :

Un nombre réel est appelé un nombre automatique si son développement dans une base entière peut être engendré par un automate fini. L'exposant d'irrationalité d'un nombre réel irrationnel  $\xi$  est le supremum des nombres réels  $\mu$  pour lesquels  $|\xi - p/q| < q^{-\mu}$  possède une infinité de solutions rationnelles  $p/q$ . L'exposant d'irrationalité de presque tous les nombres réels (au sens de la mesure de Lebesgue) est égal à 2, de même que l'exposant d'irrationalité des nombres réels algébriques irrationnels (c'est le théorème de Roth). Nous passons en revue les différents résultats connus portant sur l'approximation rationnelle des nombres automatiques. En particulier, nous démontrons que l'exposant d'irrationalité du nombre de Thue–Morse–Mahler  $\sum_{k \geq 0} t_k 2^{-k}$  est égal à 2. Ici, la suite  $(t_k)_{k \geq 0}$  est la suite de Thue–Morse sequence, définie par  $t_0 = 0$ ,  $t_{2k} = t_k$  et  $t_{2k+1} = 1 - t_k$  pour  $k \geq 0$ .