

Séminaire de théorie des nombres

Le 24 juin 2013 à 14h (Jussieu)

La conjecture ternaire de Goldbach

Exposé de Harald Helfgott
(ENS)

Résumé :

La conjecture ternaire de Goldbach (1742) affirme que tout nombre impair plus grand que 5 est la somme de trois nombres premiers. Après les pionniers (Hardy et Littlewood), Vinogradov prouva (1937) que tout nombre impair plus grand qu'une constante C satisfait la conjecture. Dans les trois quarts de siècle suivants, il y a eu une succession de résultats réduisant C , mais seulement à des niveaux beaucoup trop grands pour qu'une vérification mécanique jusqu'à C soit possible ($C > 10^{1300}$). (Par ailleurs, les travaux de Ramaré et Tao ont prouvé les problèmes correspondants avec six et cinq nombres premiers en place de trois.)

Nous verrons comment une nouvelle approche au problème, combinant des techniques modernes avec de nouvelles idées, amène à des grandes améliorations dans les bornes pour les « arcs mineurs ». Les arcs majeurs sont traités, eux aussi, avec une nouvelle approche, combinant des estimations délicates provenant de l'analyse asymptotique avec des calculs sur les zéros des fonctions L de conducteur borné (Platt) et des bornes dont l'origine est le grand crible (Ramaré, Selberg). Mes travaux prouvent la conjecture pour tout entier impair.