Séminaire de théorie des nombres

Le 4 février 2013 à 14h (Jussieu)

Approximation forte en famille

Exposé de Jean-Louis Colliot-Thélène (CNRS/Paris-Sud)

Résumé :

Dans un travail avec David Harari, nous donnons des conditions suffisantes d'existence et de densité pour les points entiers de variétés affines fibrées sur la droite affine en espaces homogènes de groupes semisimples. L'énoncé général sera donné pendant le séminaire. Voici un cas concret.

Soient $a_i(t), i = 1, 2, 3$, et $p(t)$ dans $\mathbf{Z}[t]$ des polynômes. Supposons le produit $p(t).\prod_i a_i(t)$ non constant et sans facteur carré dans $\mathbf{Q}[t]$. Soit $\mathcal{X}/\mathbf{Z}$ le schéma affine défini dans l'espace affine $\mathbf{A}^4_{\mathbf{Z}}$ par

$$\sum_{i=0}^{2} a_i(t)x_i^2 = p(t).$$

Supposons que pour presque tout $t \in \mathbf{R}$ la conique $\sum_{i=0}^{2} a_i(t)x_i^2 = 0$ a un point dans $\mathbf{R}$. Alors le principe local-global et l'approximation forte valent pour les points entiers de $\mathcal{X}$: L'image diagonale de $\mathcal{X}(\mathbf{Z})$ est dense dans le produit $\prod_p \mathcal{X}(\mathbf{Z}_p)$ des solutions locales entières sur tous les premiers p.