Séminaire de théorie des nombres

Le 3 mars 2014 à 14h (Jussieu)

Une formule motivique pour la fonction L d'une variété abélienne sur un corps de fonctions

Exposé de Bruno Kahn
(IMJ)

Résumé : Soit A une variété abélienne sur un corps de fonctions d'une variable K sur un corps fini k. La formule qu'évoque le titre s'obtient en transformant l'expression de $L(A, s)$ donnée par la formule des traces de Lefschetz-Grothendieck-Verdier en un produit de fonctions zêta de motifs de Chow sur k. Un nouveau venu est un motif effectif de poids 2, qui contrôle le groupe de Tate-Shafarevich « géométrique » de A. Cela permet de retrouver un théorème de Kato et Trihan : l'ordre de $L(A, s)$ en $s = 1$ est égal au rang de $A(K)$ si et seulement si l'une des composantes l-primaires du groupe de Tate-Shafarevich (« arithmétique ») de A est fini.

La preuve se fait par réduction au cas de la jacobienne d'une courbe Γ sur K. Dans ce cas, on obtient aussi une comparaison précise entre $L(A, s)$ et $\zeta(S, s)$, où S est une k-surface projective lisse birationnelle à Γ.

Si l'on remplace k par un corps global F, on obtient une définition de $L(A, s)$ pour une variété abélienne A définie sur un corps de dimension de Kronecker 2, et un analogue du calcul précédent pour une F-surface projective lisse.