Séminaire de théorie des nombres

Le 11 mai 2015 à 14h (PRG)

Densité des points rationnels sur les surfaces elliptiques et les surfaces de Del Pezzo

Exposé de Julie Desjardins
(IMJ-PRG)

Résumé : Pour une surface algébrique X, on s'intéresse à l'ensemble des points rationnels $X(\mathbb{Q})$. Est-il non-vide ? Est-il infini ? Est-il dense pour la topologie de Zariski ?

Nous nous intéresserons à deux types de surfaces : les surfaces elliptiques et les surfaces del Pezzo. Les surfaces elliptiques peuvent être vues comme des familles à un paramètre de courbes elliptiques. La densité des points rationnels de ce type de surfaces est encore mal connu en général. Cependant, un résultat de Helfgott conditionnel à plusieurs conjectures (conjecture de parité, squarefree conjecture et conjecture de Chowla) prédit leur densité pour des surfaces qui ne sont pas isotriviales.

Les surfaces del Pezzo sont définies par le fait que le diviseur anticanonique est ample. Elles sont classifiées par leur degré $1 \leqslant d \leqslant 9$, le nombre d'auto-intersection de leur diviseur anticanonique. Lorsque le degré est supérieur à 3, on sait que l'existence d'un point rationnel garantit la densité de ces points. On a des résultats partiels pour les degré 1 et 2.

Dans cet exposé, nous établirons les liens entre ces surfaces et verrons comment ceux-ci permettent l'obtention de davantage de résultat de densité pour les unes où les autres de ces surfaces.