Séminaire de théorie des nombres

Le 2 mai 2016 à 14h (Jussieu)

Analogue du théorème de Brauer-Siegel pour certaines courbes elliptiques sur $\mathbb{F}_q(t)$

Exposé de Richard Griffon
(IMJ-PRG)

Résumé : Nous présentons des exemples de familles de courbes elliptiques E sur $K = \mathbb{F}_q(t)$ pour lesquelles on peut démontrer un analogue du théorème de Brauer-Siegel. Plus précisément, si $H(E)$ désigne la hauteur différentielle (exponentielle) de E, on prouve pour ces familles de courbes E/K que

$$\log(\#\text{Ш}(E/K) \cdot \mathrm{Reg}(E/K)) \sim \log H(E), \text{ lorsque } H(E) \to \infty,$$

où $\mathrm{Reg}(E/K)$ est le régulateur de Néron-Tate de E et $\text{Ш}(E/K)$ son groupe de Tate-Shafarevich de E (qui est fini dans les exemples considérés).

La preuve d'une telle relation asymptotique passe par le calcul de la fonction $L(E/K, s)$ de E et par des estimations de sa valeur spéciale en $s = 1$. En m'appuyant sur l'exemple des courbes « de Legendre », j'expliquerai les grandes lignes de la démonstration. Ces familles sont autant d'exemples où une conjecture de M. Hindry est vraie.