

# Séminaire de théorie des nombres

Le 10 octobre 2016 à 14h (Jussieu, salle 15-16-413)

## Transformées de Mellin faibles, caractères du second degré et hypothèse de Riemann

Exposé de Bruno Sauvalle  
(MINES ParisTech)

### Résumé :

Considérons une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{Q}_p$ , et supposons que l'intégrale définissant la transformée de Mellin (ou intégrale zêta) de  $f$  ne soit pas convergente. Nous dirons que  $f$  a une "transformée de Mellin faible"  $M_f(s)$  si pour toute fonction test  $\phi$  dans  $C_c^\infty(\mathbb{R}^*)$  ou  $C_c^\infty(\mathbb{Q}_p^*)$ , on a l'égalité  $\text{Mell}(\phi \star f, s) = \text{Mell}(\phi, s)M_f(s)$ . Nous montrons que si  $f$  est une fonction de la forme  $f(x) = \psi(\frac{a}{2}x^2 + bx)$ , où  $\psi$  est un caractère additif sur  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{Q}_p$  et  $a$  est inversible, alors la transformée de Mellin faible de  $f$  existe pour  $\Re(s) > 0$ , satisfait une équation fonctionnelle et ne s'annule que pour  $\Re(s) = \frac{1}{2}$ .