Séminaire de théorie des nombres

Le 13 mars 2017 à 14h (Jussieu)

Sur les corps de division des variétés de type CM

Exposé de Davide Lombardo
(Leibniz Universität Hannover)

Résumé : Les corps de division des variétés abéliennes sont des objets centraux en géométrie arithmétique. Une des questions fondamentales est la suivante : soit A/K une variété abélienne sur un corps de nombres, ℓ un nombre premier, et $A[\ell^n]$ le sous-groupe de $A(\overline{K})$ formé par les points de torsion dont l'ordre divise ℓ^n. Comment le degré $K(A[\ell^n])/K$ varie-t-il avec ℓ et n ? Le cas le plus simple et mieux compris est celui des variétés à multiplication complexe, pour lesquelles Ribet (en s'appuyant sur les travaux classiques de Shimura-Taniyama-Weil) a montré la borne

$$C_1\ell^{nr} \leq [K(A[\ell^n]) : K] \leq C_2\ell^{nr},$$

où $C_1, C_2 > 0$ dépendent de A et de K, mais pas de (ℓ, n), et r ne dépend que de $A_{\overline{K}}$. Pour certaines applications, il est important de comprendre précisément comment C_1, C_2 varient avec A/K. Dans cet exposé je vais reformuler ce problème en termes de groupes de Mumford-Tate, et donner une borne (essentiellement) uniforme pour C_1, C_2 qui ne dépende que de K et de $\dim(A)$.