

Séminaire de théorie des nombres

Le 24 janvier 2022 à 14h (PRG)

La conjecture de mélange de Michel–Venkatesh

Exposé de Farrell Brumley
(Université Sorbonne Paris Nord)

Résumé : Les problèmes de Linnik, résolus par Duke il y a une trentaine d’années, portent sur l’équirépartition des orbites toriques de grand discriminant dans les espaces homogènes associés au groupe des unités des algèbres de quaternions. L’exemple le plus concret est celui de la répartition uniforme des points entiers sur la sphère, parfois appelés points de Linnik (on peut également penser aux points CM sur la courbe modulaire). La résolution complète des problèmes de Linnik, achevée par Michel et Venkatesh, a marqué une période d’échange fructueuse entre la théorie ergodique et les formes automorphes.

Par leur description comme orbite torique, les points de Linnik reçoivent une action transitive du groupe de Picard d’un ordre quadratique. Dans les actes de l’ICM en 2006, Michel et Venkatesh proposent une conjecture, dite “de mélange”, qui mesure la complexité de cette action, et qui se traduit par un énoncé d’équirépartition sur le groupe produit $G \times G$; il s’agit donc d’un raffinement quadratique des problèmes de Linnik.

Après avoir expliqué la progression de ces idées, j’expliquerai une preuve de la conjecture, conditionnelle sous l’hypothèse de Riemann généralisée, qui fait intervenir un joli mélange d’objets en théorie analytique des nombres : les formes automorphes et leurs périodes, un point de vue probabiliste sur le comportement des valeurs spéciales des fonctions L en familles, ainsi que les valeurs moyennes des fonctions multiplicatives. Travail en commun avec Valentin Blomer et Ilya Khayutin.