

Séminaire de théorie des nombres

Le 25 octobre 2021 à 14h (Jussieu)

Grphe de divisibilité : expansion et conséquences

Exposé de Harald Helfgott
(IMJ-PRG, CNRS)

Résumé : Nous discuterons un graphe qui décrit les propriétés de divisibilité des entiers par des nombres premiers. En montrant que ce graphe possède une propriété d'expansion locale forte presque partout, nous obtiendrons plusieurs conséquences dans la théorie analytique des nombres, au-delà de la barrière de parité. Par exemple : pour λ la fonction de Liouville,

$$\frac{1}{\log x} \sum_{n \leq x} \frac{\lambda(n)\lambda(n+1)}{n} = O\left(\frac{1}{\sqrt{\log \log x}}\right),$$

ce qui est plus fort qu'un résultat bien connu de Tao (2015) ; comme lui, nous utilisons des résultats de Matomäki et Radziwiłł sur la moyenne de $\lambda(n)$ dans des intervalles courts. Nous prouvons aussi, par exemple, que $\lambda(n+1)$ est 0 en moyenne à presque toute échelle quand n est restreint aux entiers avec exactement $\Omega(n) = k$ diviseurs premiers, pour une valeur "populaire" arbitraire de k (i.e., $k = \log \log N + O(\sqrt{\log \log N})$ pour $n \leq N$).