

Séminaire de théorie des nombres

Le 30 mai 2022 à 14h (PRG)

Indépendance linéaire de valeurs de zêta aux entiers impairs, à l'aide du lemme de Siegel

Exposé de Stéphane Fischler
(Orsay)

Résumé : Conjecturalement, 1 et les valeurs aux entiers impairs $s \geq 3$ de la fonction zêta de Riemann sont des nombres linéairement indépendants sur \mathbb{Q} (et ces valeurs sont donc irrationnelles). Presque rien n'était connu dans cette direction jusqu'à ce qu'Apéry prouve en 1978 que $\zeta(3)$ est irrationnel. Puis Ball et Rivoal ont démontré en 2001 que pour tout $\epsilon > 0$, au moins $(1 - \epsilon)(\log s)/(1 + \log 2)$ nombres parmi $1, \zeta(3), \zeta(5), \dots, \zeta(s)$ sont linéairement indépendants sur \mathbb{Q} , lorsque s est impair et suffisamment grand par rapport à ϵ . Dans cet exposé j'expliquerai comment remplacer ce minorant par $0.21\sqrt{s}/\log s$. La stratégie consiste à remplacer les constructions explicites par l'utilisation d'un lemme de Siegel (qui apparaît en transcendance pour construire des fonctions auxiliaires).