Séminaire de théorie des nombres

Le 18 mars 2024 à 14h (PRG)

Courbes modulaires tordues et congruences de courbes elliptiques

Exposé de Élie Studnia (IMJ-PRG)

Résumé : On dit que deux courbes elliptiques $E, F/\mathbb{Q}$ sont *congrues modulo* p (pour un nombre premier p) si les sous-groupes de p-torsion $E[p]$ et $F[p]$ sont isomorphes comme $\mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$-modules. La conjecture de Frey-Mazur affirme que lorsque p est assez grand par rapport à E, toute courbe elliptique $F/\mathbb{Q}$ congrue à E modulo p est isogène à E. Nous verrons comment cet énoncé peut se reformuler en termes de points rationnels sur certaines tordues galoisiennes $X_E^\alpha(p)$ de la courbe modulaire $X(p)$. Lorsque l'action de Galois sur $E[p]$ a petite image, on peut utiliser les systèmes d'Euler connus pour $GL(2)$ et $GL(2)\times GL(2)$ pour démontrer la conjecture de Bloch-Kato pour certains quotients de la jacobienne des $X_E^\alpha(p)$.