

Séminaire de théorie des nombres

Le 29 janvier 2024 à 14h (Jussieu)

Bornes inférieures pour le nombre maximal de points rationnels des courbes sur les corps finis

Exposé de Elisa Lorenzo García
(Université de Neuchâtel)

Résumé : Pour un genre $g > 0$ donné, nous donnons des bornes inférieures pour le nombre maximal de points rationnels d'une courbe projective lisse absolument irréductible de genre g sur le corps fini $\mathbb{F}_q$.

D'abord, on donne une construction explicite qui produit des courbes de genre g sur $\mathbb{F}_q$ avec au moins $1 + q + 4\sqrt{q} - 32$ points.

Puis en utilisant les sommes de puissances des traces de Frobenius des courbes hyperelliptiques, on obtient une borne inférieure de la forme $1 + q + 1.71\sqrt{q}$ valable pour $g > 2$ et $q > 9$ impair.

Enfin, et comme conséquence de la théorie de Katz-Sarnak, on obtient pour tout $g > 0$ donné, tout $\epsilon > 0$ et tout q suffisamment grand, l'existence d'une courbe de genre g sur $\mathbb{F}_q$ avec au moins $1 + q + (2g - \epsilon)\sqrt{q}$ points rationnels. En plus, on ira au-delà de cette théorie pour essayer d'expliquer les asymétries observées dans la distribution du nombre de points et qui ne sont pas détectées par Katz-Sarnak.

Celui-ci est un travail conjoint avec J. Bergström, E. Howe et C. Ritzenthaler.