

# Séminaire de théorie des nombres

Le 27 janvier 2025 à 14h (Jussieu)

## Sur la conjecture de Wirsing

Exposé de Anthony Poëls  
(Université Claude-Bernard Lyon 1)

**Résumé :** Dans son papier fondateur de 1961, Wirsing étudie comment on peut approcher un nombre réel transcendant  $\xi$  donné par des nombres algébriques  $\alpha$  de degré au plus  $n$ , en terme de leur hauteur naïve  $H(\alpha)$ . Il montre que l'exposant  $\omega_n^*(\xi)$  mesurant cette qualité d'approximation est au moins égal à  $(n + 1)/2$ . Il remarque aussi que rien ne suggère que cette estimation soit optimale, et qu'on pourrait même avoir toujours  $\omega_n^*(\xi) \geq n$  (cette inégalité étant une égalité presque partout au sens de la mesure de Lebesgue). Depuis ses travaux, toutes les améliorations de la borne inférieure de Wirsing étaient de la forme  $n/2 + O(1)$ , jusqu'à ce que Badziahin et Schleischitz prouvent en 2021 que  $\omega_n^*(\xi) \geq an$  pour tout  $n \geq 4$ , où  $a = 1/\sqrt{3} \approx 0.577$ . Dans la première partie de cet exposé, nous nous attarderons sur cet historique et les idées derrière la preuve originelle de Wirsing. Dans un second temps, nous présenterons une nouvelle approche permettant d'obtenir la borne  $\omega_n^*(\xi) \geq an$ , où  $a = 1/(2 - \log 2) \approx 0.765$ .