

Séminaire de théorie des nombres

Le 09 février 2026 à 14h (PRG)

Points entiers sur une famille de courbes elliptiques

Exposé de Marc Hindry
(IMJ-PRG)

Résumé : Nous commençons par une question élémentaire de théorie des nombres :

Quels entiers peuvent s'écrire comme produit de deux entiers consécutifs et comme produit de trois entiers en progression arithmétique de raison « a » ?

Il s'agit d'étudier les points entiers sur la courbe elliptique d'équation affine

$$y^2 + y = x^3 - a^2x.$$

Le problème peut être abordé, pour certaines valeurs de a , en étudiant la factorisation dans l'anneau des entiers algébriques du corps cubique associé (Mordell, Godinho-Porto-Togbé, Lee-Louboutin).

Nous montrons néanmoins que l'emploi d'outils diophantiens sur les courbes elliptiques (loi de groupe, uniformisation archimédienne, réduction modulo p , hauteurs de Néron-Tate, formes linéaires de logarithmes elliptiques), plus quelques calculs sur machine, permettent de donner des résultats plus clairs et complets sur le problème. En particulier on montrera que, pour $a \geq 2$, le rang est au moins deux et, lorsqu'il est égal à deux (ce qui devrait se produire pour la moitié des valeurs de « a ») on obtient une détermination complète des points entiers.

Il s'agit d'un travail avec Hemar Godinho et Diego Marques (Université de Brasilia).