LES MATHEMATIQUES COMME SCIENCE D'OBSERVATION : LES CONVICTIONS DE CHARLES HERMITE

Catherine Goldstein
CNRS – Institut de mathématiques de Jussieu (Paris)

Il est d'usage d'opposer les mathématiques aux sciences de la nature, au point que dans certains pays, le mot « sciences » n'inclut pas les mathématiques. La séparation de ces dernières avec l'expérimentation, perçue comme technique autonome de découverte des propriétés du monde naturel, n'a été ni uniforme, ni totale. Mais elle a beaucoup inspiré la réflexion sur les sciences, y compris dans sa grande phase de développement des années 70 et 80. Thomas Kuhn a ainsi fait de cette dualité même l'acte de naissance de la physique moderne, Simon Schaffer et Steven Shapin ont construit sur l'opposition entre l'approche mathématique de Hobbes et les expériences de Boyle l'avènement d'un nouveau mode de vérité et de connaissance au milieu du 17^e siècle[1]. Pourtant, beaucoup de mathématiciens et même de philosophes des mathématiques ont insisté sur les aspects expérimentaux de la pratique des mathématiques: la construction de tables, non seulement comme aide dans de futurs calculs, mais pour détecter certaines régularités, par exemple sur la répartition des nombres premiers, est un exemple souvent cité, plus récemment le développement de l'informatique a amélioré les possibilités d'exploration systématique, comme en témoigne le journal de recherches récemment lancé, *Experimental Mathematics*. Jusqu'à la période la plus récente, pourtant, cet aspect a semblé limité à une heuristique personnelle, il n'était pas enseigné, ni même généralement transcrit de manière explicite. Il faut donc le rechercher à travers quelques indications éparses dans les articles, dans les notes de travail, dans les lettres.

Je voudrais en montrer l'intérêt par le biais d'un mathématicien particulier, Charles Hermite. Si ses convictions ont parfois été décrites comme extrêmes, elles sont en grande partie partagées par une partie de ses correspondants, des mathématiciens au centre des mathématiques de la deuxième moitié du 19^e siècle. Les mathématiques sont pour eux, non une science formelle où règne la création libre de concepts, mais une véritable science naturelle engagée dans l'observation et la classification. Cette vision s'exprime au coeur de leur travail, aussi bien que dans leur conception des objets mathématiques.

---

[1] Thomas S. Kuhn, Mathematical versus Experimental Traditions in the Development of Physical Science, *The Journal of Interdisciplinary History* 7 (1976):1-31, rep. in *The Essential Tension*, Chicago:University of Chicago Press, 1977, 31-65 ; Simon Schaffer et Steven Shapin, *Leviathan and the Air-Pump: Hobbes, Boyle, and the Experimental Life*, Princeton:Princeton UP, 1989.

I. Charles Hermite, professeur, académicien

Charles Hermite, lorrain venu à Paris pour préparer l'École polytechnique, y entre après un premier échec, en 1842, pour en sortir un an après seulement[2]. Mais il publie déjà des articles de recherche et sur les conseils de Joseph Liouville communique ses premiers résultats à Carl Gustav Jakob Jacobi sur les fonctions abéliennes, puis sur les formes quadratiques. Ses contacts avec les mathématiciens allemands, qu'il rencontre à Berlin au début des années 50, à Göttingen, ou à Paris, resteront étroits toute sa vie, même après la guerre franco-prussienne de 1870, et surtout après l'avènement de la Troisième République en France, qu'il compare défavorablement à la monarchie prussienne. C'est à Leo Königsberger qu'il souligne le bon comportement des officiers allemands lors de l'annexion de la Lorraine, à Johann Peter Gustav Lejeune-Dirichlet qu'il se plaint du peu de cas fait à ces travaux arithmétiques au début de sa carrière.

Hermite donne néanmoins des cours au Collège de France comme remplaçant dans les années 50, puis, alors qu'il n'a encore aucune position stable, il est reçu à l'Académie des sciences en 1856. La même année, suite à une maladie et aux interventions d'Augustin Cauchy, il se tourne sérieusement vers le catholicisme, qui constituera un pôle important de sa vie—il participe activement aux activités de sa paroisse, ainsi qu'à la création de l'Institut catholique de Paris en 1875. Maître de conférences à l'École normale supérieure en 1862, c'est aussi dans les années 70 qu'il obtient des postes de professeur à l'École polytechnique et à la Faculté des sciences de la Sorbonne. Il préside l'Académie des sciences Il entretient alors une correspondance intensive avec des mathématiciens du monde entier : outre les mathématiciens allemands déjà évoqués et de nombreux Français, on peut mentionner par exemple Gösta Mittag-Leffler en Suède, Angelo Genocchi, Enrico Betti ou Eugenio Beltrami en Italie, Arthur Cayley en Grande-Bretagne, James Sylvester aux États-Unis, Andrei Markov en Russie, Matthias Lerch en Bohème, etc. Cette correspondance participe d'une vie sociale où les mathématiques occupent une place essentielle—une place renforcée par des liens familiaux avec de nombreux collègues, de Joseph Bertrand dont il épousé la soeur à Émile Picard qui épouse une des siennes ou Paul Appell, un neveu par alliance. C'est ce mélange caractéristique de registres, amical, familial, professionnel, mathématique que l'on trouve dans de nombreux écrits d'Hermite, comme dans cette lettre à Mittag-Leffler lui annonçant un nouvel article[3]:

---

[2] Suite à un problème à un pied, Hermite se voit interdire la possibilité de postuler à un emploi d'ingénieur, et décide donc de quitter Polytechnique pour se consacrer entièrement aux mathématiques, avec l'appui de sa famille. Il passe sans conviction des examens universitaires lui permettant en principe d'être enseignant de lycée, mais n'occupe jamais cette fonction.

[3] Lettre à Mittag-Leffler, 26 novembre 1882, in (éd. P. Dugac).

CORR?O

> Vous aurez quelque chose de mieux d'Appell [pour le nouveau journal *Acta mathematica*]. Nous dinions mercredi chez Emile [Picard], avec Mr Sophus Lie et lui ; après dîner, une conversation analytique a eu lieu entre nous deux et c'est ce qui a été à l'origine de son article.

Si certains thèmes mathématiques lui restent chers tout au long de sa vie, en particulier les fonctions elliptiques, les formes quadratiques, l'approximation, il est néanmoins possible de distinguer une organisation chronologique de ses sujets de recherche : la théorie des nombres et les minima de formes entre 1847 et 1855, les équations modulaires et quintiques dans les années 50 et 60, les équations différentielles ou aux dérivées partielles liées à la mécanique dans les années 70 et 80, en lien avec son enseignement. Sa preuve la plus célèbre, celle de la transcendante de e — première preuve de ce type pour une constante usuelle de l'analyse, elle servira de base à la démonstration de la transcendance de π par Ferdinand Lindemann une décennie plus tard—s'inscrit dans la continuité de ses travaux sur l'approximation par des fractions continues (algébriques en l'occurrence).

– corsivo

II. Hermite était-il platonicien ?

= grassetto come a p. 148

La conception d'Hermite est souvent décrite comme platonicienne. Notons que cette épithète n'a vraiment été utilisée couramment qu' à partir du 20[e] siècle, pour désigner une position philosophique (celle qui consiste à considérer comme ayant une existence propre les concepts et idées mathématiques)—son lien à la position historique de Platon est plutôt anachronique. Dans une de ses dernières conférences, à Londres en 1912, Henri Poincaré oppose les mathématiciens qu'il appelle les Pragmatistes à ceux qu'il appelle les Cantoriens. Les premiers, "quand on leur apporte un un théorème sans leur donner un moyen de le vérifier, n'y voient que de la bouillie pour les chats". Ils souhaitent des définitions constructives en un nombre fini, de mots, d'étapes. Les seconds, au contraire, n'exigent que la non-contradiction. Les premiers, toujours selon Poincaré, sont des idéalistes, les seconds des réalistes, les entités mathématiques ayant pour eux une existence indépendante, etc. Puis Poincaré ajoute[4]:

> Je n'ai jamais connu de mathématicien plus réaliste, au sens platonicien, qu'Hermite, et pourtant je dois avouer que je n'en ai pas rencontré de plus réfractaire au cantorisme. Il y a là une apparente contradiction d'autant plus qu'il répétait volontiers: Je suis anticantorien parce que je suis réaliste. Il reprochait à Cantor de créer des objets au lieu de se contenter de les découvrir. Sans doute à cause de ses convictions religieuses sans doute considérait-il comme une sorte d'impiété de vouloir pénétrer de

[4] Henri Poincaré, "La logique de l'infini", *Scientia* 12(1912), p. 1-11, repr. in *Dernières pensées*, Paris: Flammarion, 1913, p. 84-96 (à ne pas confondre avec le texte du même titre de 1909, publié dans la Revue de métaphysique et de morale).

/ spazio

corsivo

> plain-pied dans un domaine que Dieu seul peut embrasser et de ne pas attendre qu'il nous en révèle un à un les mystères. Il comparait les sciences mathématiques aux sciences naturelles. Un naturaliste qui aurait cherché à deviner le secret de Dieu, au lieu de consulter l'expérience, lui aurait paru non seulement présomptueux mais irrespectueux pour la majesté divine ; les Cantoriens lui paraissaient vouloir agir de même en mathématiques. Et c'est pourquoi, réaliste en théorie, il était idéaliste en pratique. Il y a une réalité à connaître et elle est extérieure à nous et indépendante de nous ; mais tout ce que nous pouvons en connaître dépend de nous, et n'est plus qu'un devenir, une sorte de stratification de conquêtes successives. Le reste est réel mais éternellement inconnaissable. Le cas d'Hermite est d'ailleurs isolé et je ne m'y étends pas davantage. De tout temps, il y a eu en philosophie des tendances opposées et il ne semble pas que ces tendances soient sur le point de se concilier.

Cette description qui pose d'abord deux camps irréductibles pour faire ensuite d'Hermite une simple exception ne me semble pas permettre de bien comprendre, ni la position d'Hermite, ni les champs de travail mathématique de la seconde moitié du 19^{e} siècle. En effet, sur des aspects essentiels, Hermite est loin d'être isolé. Il ne s'intéressait pas à la philosophie des mathématiques, nous dit son gendre, Émile Picard[5], mais il s'est entretenu avec ses correspondants au cours d'échanges mathématiques, dans l'action pour ainsi dire.

Ses prédilections apparaissent alors clairement : il s'agit avant tout de suivre un ordre mathématique perçu comme naturel, sans le forcer par une conceptualisation a priori. Hermite insiste à plusieurs reprises sur le fait que les définitions de nouveaux objets ne doivent pas être posées d'abord, mais doivent découler comme spontanément d'une histoire préalable, d'un état partagé du savoir. À Genocchi, il écrit par exemple[6]:

> Vous êtes, Monsieur, d'une école mathématique qui est aussi la mienne ; tous deux, nous faisons de cette analyse de la bonne vieille roche, qui avant tout veut être simple et claire, en suivant les maîtres qui se nomment Euler, Lagrange, Gauss et Jacobi. À Dieu ne plaise que je veuille diminuer le mérite et le génie des maîtres plus nouveaux, et je ne refuse point mon admiration au génie de Riemann. Mais son influence sur la Science présente me semble moins heureuse que celle des grands inventeurs qui l'ont précédé. [...] Vous avez exprimé sur ces étranges conceptions de la géométrie non euclidienne, de l'espace à courbure constante ou non, etc. une opinion qui est fondamentalement la mienne.

[5] Émile Picard, "Préface", *Œuvres de Charles Hermite*, vol. 1, p. xxxvii.

[6] Lettre du 22 février 1878, in Hermite & Genocchi, p. 9-10. IN MAIUSCOLETTO COME IN BIBLIOGRAFIA

Pour Hermite, les travaux qui contribuèrent à valider les géométries non-euclidiennes, en particulier ceux de Felix Klein ou de Eugenio Beltrami ne relèvent pas de géométrie à proprement parler, mais bien d'analyse, l'interprétation géométrique n'habillant qu'après coup des formules ; dès lors, une description inversée, déplaçant la focale sur ce qui n'est pour Hermite qu'un aspect superficiel pour en faire le fondement d'un nouveau monde mathématique, ne peut être qu'un leurre. Genocchi dit en effet essentiellement la même chose dans son propre article[7]:

> Par l'emploi d'espace à n dimensions dont nous ne pouvons avoir aucune idée, et aussi peut-être par la considération des points et des lignes à distance infinie ou imaginaire [...] on dépouille la géométrie de ce qui forme son meilleur avantage et son charme particulier, de la propriété de donner une représentation sensible aux résultats de l'analyse et l'on remplace cette qualité par le défaut contraire, puisque des résultats qui n'auraient rien de choquant sous leur forme analytique, n'offrent plus de prise à l'esprit ou paraissent absurdes.

— corsivo

Hermite renchérit d'ailleurs sur le même thème à plusieurs reprises, liant d'ailleurs sa réaction anticantorienne au même type d'objections[8].

> J'ai reçu mission [d'Appell] de vous faire savoir que le 5e mémoire [de Cantor sur les variétés de points infinies et linéaires], consacré presqu'en entier à exposer un système de notations, lui semble ne contenir en réalité que bien peu de choses ; j'ajoute que nous jugeons absolument contraire à notre esprit mathématique d'exposer pour n'en rien faire un appareil compliqué de nouvelles notions et de nouvelles dénominations. L'entretien se prolongeant, nous nous sommes trouvés avoir les mêmes sentiments de regrets au sujet du langage géométrique de Mr. Chasles, et des expressions qu'il a fait adopter comme celles-ci : les points circulaires à l'infini, la droite de l'infini, etc. Il n'y a rien à l'infini qui nous échappe absolument, pourquoi donc tant tenir à donner d'un fait algébrique simple et clair par lui-même une image prétentieuse et fausse.[9]

Cette condamnation de l'a-priorisme constitue un fil directeur qui permet de comprendre des réactions variées d'Hermite : il n'apprécie pas le programme d'arithmétisation extrême de Kronecker, car les formules analytiques sont fructueuses et la réduction à des fondements uniques artificielle ; il aime que la rigueur apparaisse au cours de l'histoire et dans un processus de maturation, mais la rejette quand elle est imposée dès le début de l'enseignement,

---

[7] Angelo Genocchi, Sur un mémoire de Daviet de Foncenex et sur les géométries non euclidiennes, *Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino* (2) 29 (1878), p. 365-404. Sur Genocchi, voir Conte et Giacardi, 1991, en particulier p. 178-181. H. di 2.

[8] Lettre du 13 avril 1883 in Hermite & Mittag-Leffler, 1ère part., p. 210.

MAIUSCOLETTO

compatissant à la frustration de Genocchi qui désapprouve la rédaction de son propre cours, Calcolo Differenziale, par Guiseppe Peano en 1884 ; il est émerveillé devant les propriétés nouvelles des fonctions discontinues, quand elles apparaissent dans les terrains qu'il explore, mais il dédaigne la construction pour elles-mêmes de fonctions tératologiques[9]. Mais pour apprécier la manière dont Hermite conçoit positivement son travail mathématique, il est nécessaire de se pencher sur ses articles eux-mêmes. VEDI

III. Un mathématicien naturaliste

Je ne donnerai ici qu'un exemple. Un de ses premiers travaux importants concerne les minima de formes quadratiques. Plus précisément, si f est une telle forme (à coefficients réels), de déterminant D, Hermite montre par récurrence qu'il existe des entiers $\alpha, \beta, \gamma, \ldots, \lambda$ tels que

$$|f(\alpha, \beta, \gamma, \ldots, \lambda)| < (4/3)^{n/2} |D|^{(n+1)/2}$$

autrement dit que la forme a une valeur en des entiers qui est bornée par une borne ne dépendant que du nombre de variables de la forme et du déterminant. Outre son intérêt propre (lié en particulier à la théorie de la réduction des formes), ce théorème a de nombreuses applications, de l'approximation des réels par des nombres rationnels à la décomposition de nombres premiers en facteurs complexes[10].

Par exemple, soient A et B deux réels. Hermite considère la famille de formes quadratiques

$$f(x, x', x'') = (x' - Ax)^2 + (x'' - Bx)^2 + \Delta^{-1} x^2$$

où Δ est un nombre réel variant de 0 à ∞. Le déterminant de f est Δ^{-1}. L'application du théorème sur les minima montre que pour chaque Δ, il existe des entiers m, m', m'' tels que

corsivo

$$f(m, m', m'') = (m' - Am)^2 + (m'' - Bm)^2 + \Delta^{-1} m^2 < 4/3 \Delta^{-1/3}$$

d'où l'on déduit les trois inégalités

$$(m' - Am) < \sqrt{4/3 \Delta^{-1/6}}$$

$$(m'' - Bm) < \sqrt{4/3 \Delta^{-1/6}}$$

$$|m| < \sqrt{4/3 \Delta^{1/3}}$$

CONTROLLARE

et donc

$$|m'/m - A| < 2\sqrt{2/27} \left| m\sqrt{|m|} \right|^{-1}, \text{ et } |m''/m - B| < 2\sqrt{2/27} \left| m\sqrt{|m|} \right|^{-1}$$

[9] Ces aspects sont développés, illustrés et complétés dans Goldstein 2011.
[10] Voir Goldstein 2007 pour des détails sur plusieurs de ces applications.

ce qui définit donc des approximations rationnelles simultanées de A et B d'ordre $m^{-3/2}$.

Comme on le voit ici, les formes quadratiques à coefficients réels (ou plus tard les formes hermitiennes à coefficients complexes), objets de nature algébrique, sont au centre d'un dispositif qui utilise un résultat arithmétique (sur les valeurs entières) et le transfère en une approximation, c'est-à-dire une propriété analytique. Ces passages sont constants dans l'œuvre d'Hermite : on les voit aussi par exemple lorsqu'il propose de résoudre l'équation générale de degré 5 au moyen de valeurs spéciales, issues de la théorie des nombres, de fonctions elliptiques. Il n'est pas question d'ailleurs de tout ramener à un seul objet, fût-il une forme quadratique : si celle-ci noue ici les différents éléments, dans d'autres situations, c'est une série, ou une intégrale dont la construction et l'examen constitueront le ressort d'une preuve. C'est en adaptant et en transposant qu'Hermite progresse dans son élaboration, et l'on retrouve donc dans diverses situations des formules proches : par exemple, des formes quadratiques analogues à celle introduite plus haut seront utilisées par Hermite dans sa preuve du théorème de Sturm[11].

Ces adaptations reposent sur une observation attentive des fonctionnements et des effets des constructions précédentes. Hermite décrit ainsi à Thomas Stieltjes ses conseils pour un futur élève[12]:

> J'ai vu dernièrement votre élève M. Bourget dont j'ai été enchanté et qui m'a annoncé son intention de faire une thèse arithmétique, continuation de celle de M. Charve sur une question qui, autrefois, m'a extrêmement occupé. Il s'agit de la réduction continuelle d'une forme quadratique ternaire définie avec un paramètre variable et le but serait d'obtenir un algorithme régulier facilement applicable, autant que le permet la nature des choses pour la recherche des minima successifs du produit
>
> $$(x+ay+a^2z)(x+by+b^2z)(x+cy+c^2z),$$
>
> où a, b, c sont les racines d'une équation du troisième degré à coefficients entiers, dont une seule est supposée réelle. Ce n'est pas sans bien des réserves que j'ai engagé M. Bourget dans cette voie ardue ; je me figure cependant que l'étude attentive des formes ambigues, la recherche patiente des cas critiques où une variation infiniment petite du paramètre fait passer d'une forme réduite à une autre qui ne l'est plus, peuvent conduire à quelques heureuses conséquences.

Cette manière de travailler est partagée par plusieurs de ses correspondants. Stieltjes lui écrit par exemple le 13 mai 1894[13]:

---

[11] Voir sur ce théorème le livre de Hourya Sinaceur, *Corps et modèles*, Sinaceur 1991.

MAIUSCOLETTO

[12] Hermite & Stieltjes, vol. 2, p. 285 et p. 390. D'autres exemples de ce qu'il entend par "observation" sont donnés dans Goldstein 2011.

> A l'égard des fractions P'/P, P''/P, je vous avouerai que je n'ai point la prétention d'éclaircir un sujet aussi difficile par la réflexion et par l'imagination seules. Je procéderai comme les naturalistes, en appelant au secours l'observation.

Ou encore, à travers cette lettre à Leo Königsberger[14]:

> Le sentiment exprimé dans ce passage de votre dernière lettre où vous me dites : 'plus je réfléchis sur toutes ces choses, plus je reconnais que les mathématiques forment une science expérimentale, aussi bien que toutes les autres sciences', et dans cet autre passage : 'Il me semble que la tâche principale, actuellement, de même que pour l'histoire naturelle descriptive, consiste à amasser le plus possible de matériaux, et à découvrir des principes en classant et décrivant ces matériaux', ce sentiment, dis-je, est aussi le mien, et sous une forme simple et précise vous avez résumé à l'égard des mathématiques l'intime et profonde conviction de toute ma vie de géomètre. Je crois donc que l'Analyse la plus abstraite est en grande partie une science d'observation, j'assimile absolument le complexe des notions connues et à connaître dans ce domaine de l'analyse, à celles des sciences naturelles, les notions de l'analyse ayant leur individualité propre, leur figure si je puis dire, et leurs corrélations multipliées, au même degré que les animaux et les plantes.

Repérer les analogies et leurs variations, classer, par exemple les racines d'équations algébriques, à partir de procédés explicites, tout en bénéficiant des apports réciproques des différentes branches de l'analyse, constituent des traits fondamentaux du travail hermitien.

IV. Les mathématiques, science d'observation

Tant ses critiques sur certains travaux que les raisons de son admiration pour d'autres témoignent d'une position très cohérente, mais qui s'oppose aux deux positions présentées par Poincaré sur un aspect crucial : toutes deux en effet fondent leur cohérence sur des principes épistémologiques poussés dans leurs conséquences ultimes, et ce qui les rapproche toutes les deux est précisément ce qui les oppose radicalement à celle d'Hermite. Pour lui, les mathématiques, comme la nature, ont leur mode d'existence propre, elles doivent guider l'action du mathématicien, qui doit les suivre de l'intérieur, et non emprunter à un autre champ, fût-ce la philosophie, les modalités de son travail. Hermite s'oppose ainsi tant à Cantor ou Dedekind qu'à Kronecker ou Borel, parce que tous restreignent extrinsèquement, pour Hermite arbitrairement, l'élaboration pratique et conceptuelle des mathématiques.

MAIUSCOLETTO

[13] Hermite & Stieltjes, vol. 2, p. 397

[14] Dossier Hermite, Handschriftenabteilung, Staatsbibliothek Berlin.

Il ne s'agit donc pas de chercher chez lui une épistémologie, au sens d'une théorie des connaissances mathématiques qui serait en surplomb de son travail de mathématicien, que ce soit pour le motiver, le fonder ou le restreindre— mais une manière de travailler, inscrite certes dans une vision d'ensemble des disciplines, mais n'en dérivant pas. C'est de la construction de liens précis entre valeurs de fonctions, combinatoire de phénomènes arithmétiques, solutions d'équations polynomiales ou différentielles que vient une vision unifiée des domaines essentiels à Hermite[15], pas d'une réduction systématique au niveau fondationnel, comme le défendait Kronecker à la fin de sa vie.

Nous avons l'habitude de focaliser notre attention sur certains aspects des mathématiques comme les modes de démonstrations, l'axiomatique ou la construction de nouveaux objets. Ils nous sont souvent désignés comme essentiels dans le cadre implicite d'une certaine philosophie de la connaissance mathématiques. Sans négliger leur importance, l'étude d'Hermite et de ses correspondants montre que ces aspects n'épuisent pas le travail mathématique. L'observation, le calcul d'exemples, les classifications, sont autant de zones qui nous restent à éclairer pour appréhender ces mathématiques, non seulement comme un domaine déductif, mais comme une science expérimentale à part entière.

Bibliographie

Alberto CONTE, & Livia GIACARDI (eds.), *Angelo Genocchi e i suoi interlocutori scientifici. Contributi dall'epistolario*, Torino: Deputazione subalpina di storia patria e Università degli studi di Torino, 1991.

Angelo GENOCCHI, Sur un mémoire de Daviet de Foncenex et sur les géométries non euclidiennes, *Memorie della Reale Accademia delle Scienze ~~in~~ Torino* (3) 29 (1878), p. 365-404. di 2

Catherine GOLDSTEIN, The Hermitian Form of Reading the *Disquisitiones arithmeticae*, in C. Goldstein, N. Schappacher and J. Schwermer (eds.), *The Shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's* Disquisitiones Arithmeticae, Berlin: Springer, 2007, p. 377-410.

Catherine GOLDSTEIN, Un arithméticien contre l'arithmétisation : les principes de Charles Hermite, in D. Flament et P. Nabonnand (dir.), *Justifier les mathématiques*, Paris: MSH, 2011, p. 119-155.

Catherine GOLDSTEIN et Norbert SCHAPPACHER, A Book in Search of a Discipline, in C. Goldstein, N. Schappacher and J. Schwermer (eds.), *The Shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's* Disquisitiones Arithmeticae, Berlin: Springer, 2007, p. 3-65.

Charles HERMITE, *Œuvres*, éd. Émile Picard, 4 vols, Paris: Gauthier-Villars, 1905-1917.

---

[15] Sur la constitution d'un champ de recherche autour de l'arithmétique, de l'algèbre et de l'analyse, auquel Hermite participe pleinement, voir Goldstein et Schappacher 2007, sec. 3 et 4, et Goldstein 2007.

TOGLIERE I NOMI E LASCIARE COME È NELL'ORIGINALE PERCHÉ È COSÌ CHE SONO CITATI NELLE NOTE

~~Charles~~ HERMITE & ~~Angelo~~ GENOCCHI, *Le Lettere di Charles Hermite a Angelo Genocchi* (1868–1887), ed. G. Michelacci, Quaderni matematici II s., 546, Trieste: Dipartimento di scienze matematiche, 2003.

~~Charles~~ HERMITE & ~~Gösta~~ MITTAG-LEFFLER, *Lettres à Gösta Mittag-Leffler*, [éd. P. Dugac], *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques* (1ère part.: 1874–1883): 5(1984), pp. 49–285; (2nde part.1884–1891): 6 (1985), pp. 69-217; (3ème part. 1891–1900): 10 (1989), pp. 1-82.

~~Charles~~ HERMITE & ~~Thomas Joannes~~ STIELJTES, *Correspondance d'Hermite et de Stieltjes*, éd. B. Baillaud et H. Bourget, 2 vols, Paris: Gauthier-Villars, 1905.

Thomas S. KUHN, Mathematical versus Experimental Traditions in the Development of Physical Science, *The Journal of Interdisciplinary History* 7 (1976):1-31, rep. in *The Essential Tension*, Chicago: University of Chicago Press, 1977, 31-65.

Henri POINCARE, La logique de l'infini, *Scientia* 12(1912), p. 1-11, repr. in *Dernières pensées*, Paris: Flammarion, 1913, p. 84-96.

SPAZIO

Simon SCHAFFER & Steven SHAPIN, *Leviathan and the Air-Pump: Hobbes, Boyle, and the Experimental Life*, Princeton: Princeton University Press, 1989.

Hourya SINACEUR, *Corps et modèles*, Paris: Vrin, 1991.

Torino, 24 febbraio 2011

SE VUOI PUOI INSERIRE LA PUBBLICAZIONE FINALE IN Bollettino di Storia delle scienze matematiche, XXV (2005): 11-270

LA CITAZIONE È A P. 39.