Sur la question des méthodes quantitatives en histoire des mathématiques : le cas de la théorie des nombres en France (1870–1914)

Catherine Goldstein

À Luboš Nový,
pour son soixante-dixième anniversaire

Parmi les problèmes de l'histoire des sciences, aucun, peut-être, n'est plus délicat ni plus complexe que celui de la dynamique des savoirs. Et parmi les tentatives, non seulement pour le résoudre, mais pour le poser même correctement, aucune voie, peut-être, n'est plus stérile que celle qui postule d'emblée une dichotomie des facteurs explicatifs, externes d'une part, internes de l'autre. En guise de programme partiel, considérons la liste de questions suivante :

Quels sont, à une époque donnée, les réseaux et les groupes sociaux, les institutions, les organisations dans lesquels se pratiquent les mathématiques ? Qui sont les mathématiciens ? Dans quelles conditions vivent-ils et travaillent-ils en mathématiques ?

Pourquoi font-ils des mathématiques, pourquoi s'intéressent-ils à un domaine particulier ? Que signifie pour eux ce domaine ?

Comment et où ont-ils été éduqués, entraînés ? Où ont-ils appris les mathématiques de base qui leur sont nécessaires ? Quelles sont-elles ? En quoi consiste par exemple la théorie des nombres de base à cette époque, dans ce réseau, dans cette institution ? Comment le sujet est-il présenté, son histoire comprise, décrite, transmise ?

Où ces mathématiciens trouvent-ils les problèmes à résoudre ? Quelle est la forme et l'origine d'un problème ? Quand un résultat est-il considéré comme important, ou au moins intéressant ? Selon quels critères ?

Qu'est-ce qu'une solution à un problème ? Qu'est-ce qui est prouvé, admis, tacitement ou non ? Qui en décide ? Quand une preuve est-elle acceptée ou rejetée ? Quand une construction explicite est-elle considérée comme indispensable, superflue ou parasite ?

Quand, où, comment les mathématiques sont-elles écrites ? Qu'est-ce qui est écrit ? Pour qui ? Les résultats nouveaux, par exemple, sont-ils imprimés, appliqués, enseignés ?

Qu'est-ce qui est transmis ? À qui, comment, dans quelles conditions matérielles et intellectuelles ?

Qu'est-ce qui change, qu'est-ce qui reste fixe, quand, sur quelle échelle ?

Les liens manifestes entre certaines de ces questions témoignent de la difficulté intrinsèque à mettre en œuvre la dichotomie évoquée pus haut. Où classer les techniques de preuve, du côté de la persuasion et de la conviction collective, fussent-elles intériorisées en chaque mathématicien lors de son apprentissage ? Du côté de la définition même des mathématiques et de leurs exigences épistémologiques ? L'identification même des lieux de transformations, la clôture disciplinaire implicite dans toute décision de qualifier de mathématique une activité ou un corpus, et par là même de définir ce qui relèverait de l'interne, sont saturées subrepticement d'informations concernant des relations collectives, des motivations humaines, des habitudes de travail intellectuel et des possibilités institutionnelles, bref des éléments considérés d'ordinaire comme externes[1]. Qu'il s'agisse de l'activité mathématique qu'observe l'historienne ou de la grille d'explication qu'elle en propose, la classification des phénomènes et des causes en deux catégories étanches paraît plus manichéenne que féconde. C'est à une multitude de phénomènes que nous avons affaire, dont nous connaissons encore mal les corrélations et les liens. Nous en savons très peu sur les modalités concrètes selon lesquelles, pour prendre deux exemples au hasard, des enseignements façonnent les manières d'aborder des problèmes mathématiques, ou des institutions opèrent au quotidien dans le travail individuel. Déterminer plus précisément quels phénomènes de l'activité mathématique sont connectés à quels aspects sociaux et économiques, et par quels mécanismes de relais, d'amalgames, de causalité, repérer des transformations qui opèrent à des niveaux différents de la pratique mathématique, comprendre leurs articulations, mais aussi leurs limites, autant de tâches cruciales et urgentes de l'histoire des mathématiques, au moins comme préliminaires possibles dans l'étude de leurs dynamiques.

Je voudrais me concentrer ici sur un domaine particulier, celui de la théorie des nombres, entre 1870 et 1914. Une image revient fréquemment

[1] Des remarques en ce sens et un bilan récent privilégiant l'histoire des sciences expérimentales se trouvent dans SHAPIN 1982. J'ai explicité un exemple mathématique, en partant d'un énoncé spécifique et en étudiant la variété de ses interprétations, dans GOLDSTEIN 1995.

pour décrire la scène mathématique à la fin du 19^{e} siècle, c'est celle du déclin, voire du marasme, français face à la montée en puissance scientifique et institutionnelle de l'Allemagne. Si cette image se fonde sur la preuve de nouveaux théorèmes, le développement de nouvelles théories, l'ouverture de nouveaux champs disciplinaires — bref, les objets de prédilection des approches dites internalistes —, elle impose pourtant, dans la mesure même où elle organise les mathématiques dans un schème d'opposition nationale, un mode d'explication brutalement externaliste : j'aurai l'occasion d'en montrer les lacunes.

La théorie des nombres semble s'inscrire de manière parfaite, à une échelle plus restreinte, dans cette description globale. Si les mathématiciens travaillant en France se sont illustrés dans ce domaine au siècle précédent, et jusque dans la première moitié du 19^{e} siècle — avec Joseph-Louis Lagrange, Adrien-Marie Legendre, Louis-Augustin Cauchy, Charles Hermite bien sûr, et dans une certaine mesure le très prolifique Joseph Liouville — c'est en Allemagne que la théorie des nombres devient une discipline de premier plan, servie par une pléiade de mathématiciens brillants et porteuse d'innovations fondamentales qui retentiront sur l'ensemble des mathématiques (NOVÝ 1973). Dans son introduction aux *Collected Papers* de Ernst Eduard Kummer, en 1975, André Weil écrit : "The great number-theorists of the last century are a small and select group of men. The names of Gauß, Jacobi, Dirichlet, Kummer, Hermite, Eisenstein, Kronecker, Dedekind, Minkowski, Hilbert spring to mind at once. To these one may add a few more, such as the universal Cauchy, H. Smith, H. Weber, Frobenius, Hurwitz" (WEIL 1975, p. 1).

Ce témoignage indirect d'un mathématicien et historien des mathématiques sur l'excellence allemande en théorie des nombres peut être complété de multiples façons. L'opinion des mathématiciens contemporains de la période considérée, tout d'abord, est analogue : l'académicien Ernest de Faulque de Jonquières se plaint vers 1880 de ce que la théorie des nombres, si honorée en France au début du siècle que les *Disquisitiones Arithmeticae* de Gauß y trouvèrent très vite un traducteur et donc une réception favorable, souffre maintenant de désaffection ; plusieurs rapports de thèses mentionnent le même phénomène[2]. La plupart des

[2] Voir par exemple le rapport d'Hermite sur la thèse de Jules Molk en 1884 : "[La Faculté] pense qu'il y a utilité à ce que les idées de M. Kronecker [sur une théorie arithmétique des grandeurs algébriques] soient connues en France", ou encore celui d'Emile Picard en 1911 : "La thèse de M. Châtelet me paraît d'un réel intérêt ; elle marquera dans la théorie des nombres, théorie trop peu cultivée en France" (GISPERT

concours de l'Académie des sciences française sur des sujets de théorie des nombres sont finalement remportés par des mathématiciens étrangers : un prix est ainsi donné à Kummer pour ses travaux sur le théorème de Fermat (EDWARDS 1975 et 1977) ; un autre est accordé conjointement à Smith et à Minkowski en 1882 à propos de la représentation des nombres en sommes de cinq carrés (DICKSON 1919-1923, ELLISON & ELLISON 1978) ; Matyás Lerch reçoit un prix en 1900 pour ses travaux sur le nombre de classes. Certains résultats, spectaculaires, obtenus par des mathématiciens français restent isolés, et sont surtout développés hors de France : c'est le cas de la preuve par Charles Hermite de la transcendance de e (WALDSCHMIDT 1977) et du travail de Jacques Hadamard sur la répartition des nombres premiers (SCHWARZ 1994). Une des plus importantes nouveautés de la théorie des nombres au 19e siècle, la théorie des corps de nombres algébriques, n'a que peu d'échos en France avant les années trente. Tout aussi significatif, la part décroissante à la fin du siècle du nombre d'articles publiés en théorie des nombres dans les revues françaises[3] (voir les diagrammes ci-contre).

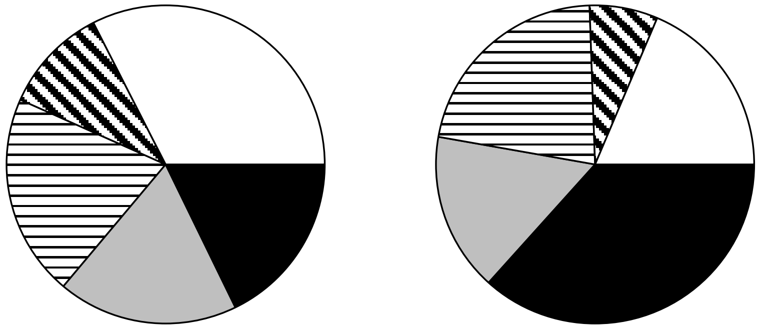
Tous ces indices, de nature pourtant différente, vont dans le même sens et confortent donc à première vue l'hypothèse qui leur est commune : celle de la validité des cadres nationaux pour discuter les dynamiques disciplinaires à la fin du 19e siècle. Si l'adéquation spontanée d'un *Volkgeist* et d'une démarche mathématique n'est plus de nos jours considérée comme une description historique convaincante, on pourrait néanmoins être tenté de chercher une cause commune à tous ces symptômes, qu'elle soit une volonté politique centralisée d'encourager uniquement les avances technologiques, donc les aspects des mathématiques vus comme les plus prometteurs en termes d'applications, ou une méfiance autarcique de la part des scientifiques français face aux recherches allemandes après la guerre de 1870 ou encore la prédominance d'une philosophie peu réceptive au discret. Il ne serait d'ailleurs pas impossible d'exhiber des arguments en faveur de chacune de ces interprétations, mais je voudrais au contraire suggérer dans cet article que nous n'avons pas affaire à un

1991, p. 338 et 410).

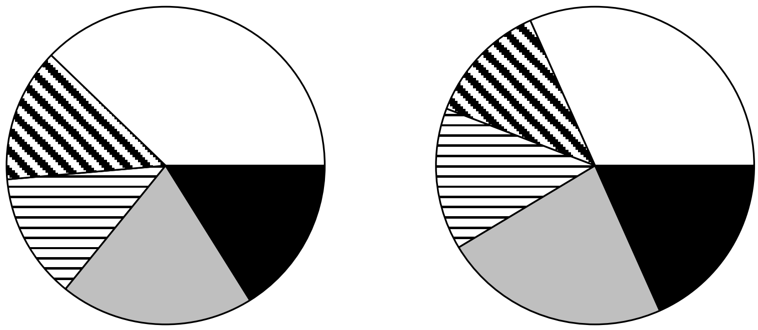
[3] On remarquera que ceci n'est pas dû à une diminution du nombre de journaux français publiant des articles de théorie de nombres. Ces graphiques sont obtenus à partir d'un décompte des articles de théorie des nombres recensés dans le *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* comme expliqué plus loin.

Répartition par pays :
journaux publiant de la théorie des nombres (à gauche) ;
articles de théorie des nombres (à droite)

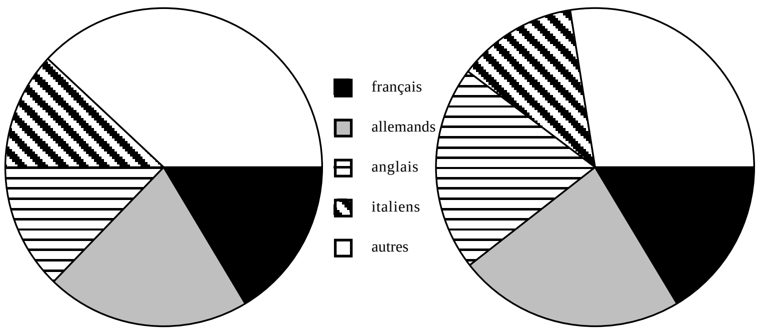
1870–1884



1884–1899



1900–1914



phénomène unique, mais à plusieurs, dont la coordination n'est en rien évidente et constitue en elle-même un problème historique important. Si un cadrage national est pertinent pour rendre compte de certains de ces phénomènes, d'autres requièrent une mise en contexte différente.

Les méthodes quantitatives comme heuristique

Comment montrer cela ? Dès 1965, Jaroslav Folta et Luboš Nový consacraient un article (Folta & Nový 1965) aux possibilités d'exploiter des méthodes quantitatives en histoire des mathématiques ; comme ils le soulignaient déjà à l'époque, ces méthodes étaient surtout utilisées par les sociologues des sciences, dans l'étude des sciences contemporaines et avec un objectif prospectif, et leur emploi pour examiner le développement historique des mathématiques apparaissait tout aussi prometteur que délicat. Plus de trente ans plus tard, la situation a peu changé, ces méthodes restent marginales en histoire des mathématiques. Toutefois, favorisées en partie par la meilleure accessibilité des moyens informatiques et en partie par la diversification des intérêts historiques, moins concentrés sur la seule activité des élites mathématiques, elles ont donné lieu à des travaux importants dans certains secteurs, en particulier l'étude des sociétés savantes (Gispert 1991, Gispert & Tobies 1996), des milieux de recherche (Fenster & Parshall 1994, Barrow-Green 1996, Vogt 1996), des journaux (Ausejo & Hormigón 1993) et commencent à être appliquées à l'étude d'un domaine mathématique spécifique, comme la logique (Wagner-Döbler & Berg 1993) ou la théorie des nombres (Goldstein 1994, dont le présent article constitue un développement).

Les critiques faites aux méthodes quantitatives, que ce soit en histoire générale ou en sociologie des sciences même, ne manquent pas. Mais certaines sont spécifiques à l'histoire des sciences et méritent ici un bref détour. La plus traditionnelle est bien connue : elle repose sur la double conviction que c'est l'innovation mathématique qu'il s'agit de comprendre, et que cette innovation se manifeste toute entière dans l'œuvre de quelques mathématiciens de premier plan. Entérinant la dichotomie entre aspects internes et externes de l'activité scientifique, elle n'accorde aux méthodes quantitatives qu'une efficacité limitée aux seconds, c'est-à-dire en fin de compte aux moins intéressants. On doit donc répondre à cette critique sur plusieurs fronts : tout d'abord, les phénomènes de réception, de transmission, d'enseignement, sont tout aussi essentiels dans le développement des mathématiques que la création individuelle décrite dans les seuls registres de la technique scientifique et de la cognition. Ensuite, la conception élitiste de l'évolution des mathématiques est elle-même, de manière paradoxale, une conception trop générique : certains résultats importants, certaines théories nouvelles sont dues au travail d'une seule personne, d'autres au contraire sont des créations collectives, mises en place par bribes, ajustées et élaborées par de nombreux mathématiciens, que leur collaboration ait été explicite et consciente ou non. Enfin, de manière peut-être plus radicale, la focalisation sur quelques articles ou quelques personnes ne fait dans de nombreux cas qu'éviter, et non permettre, une véritable réflexion sur l'innovation. Le développement des mathématiques réactive en permanence des pans d'activité marginalisés, dans le passé même ou dans la mémoire collective telle que l'a édifiée le travail historique et mathématique antérieur : l'innovation est-elle dans le moment où le travail fut produit, ou dans celui éventuellement différent, où il fut perçu comme innovant ? Identifier le temps de la création ne va pas de soi. Identifier sa place non plus : les textes les plus fondateurs, par leur statut même, synthétisent une multitude d'éléments dont l'appréciation change selon le lectorat du texte ; l'originalité, la banalité, ne s'apprécient pleinement que dans la connaissance précise des démarches voisines[4]. Comprendre les processus d'innovation exige d'intégrer un examen de la fabrication de l'histoire à celui de la fabrication des mathématiques et nécessite des outils d'analyse capables de traiter des phénomènes collectifs.

À la critique conceptuelle des méthodes quantitatives que je viens d'évoquer, viennent s'ajouter des critiques d'ordre pratique, dans la perspective de leur application à l'histoire des mathématiques. La première est celle d'anachronisme ; dans sa forme la plus crue, l'anachronisme est souvent associé avec la manière dont les mathématiciens font de l'histoire des mathématiques, cherchant dans les textes passés les seuls indices de leur développement actuel, et il a fait l'objet de nombreux débats, parfois houleux, dans les dernières décennies[5]. Mais il ne s'exerce pas que sur l'interprétation d'un résultat ou le remplacement d'un symbolisme ; il est encore bien plus courant, et en un sens plus pernicieux, parce que disséminé dans ses effets, lorsqu'il s'agit de définir un domaine, de classer

[4] Sur ces questions, voir l'exemple discuté dans Goldstein 1995.

[5] La question est plus nuancée qu'elle ne paraît, d'une part parce qu'elle est liée au problème de l'innovation évoqué plus haut, d'autre part parce que l'utilisation spontanée d'un langage, langue naturelle ou mathématique, ne coïncide pas toujours avec une interprétation anachronique, voir par exemple Weil 1978.

des savoirs, de comprendre l'utilisation des références, la nature d'un lien social ou intellectuel. Or, ces problèmes se posent à chaque étape dans la mise en œuvre et dans l'interprétation des méthodes quantitatives.

La seconde critique est encore plus constitutive : il est particulièrement difficile de rassembler en histoire des mathématiques des séries homogènes de taille suffisante[6]. Les sources intellectuelles de l'histoire des mathématiques n'ont été que rarement soumises à la logique administrative d'archivage qui a permis en partie le succès des méthodes quantitatives en histoire générale ; éparpillées, hétérogènes, fragmentaires, elles témoignent de la conception individualiste de la création qui garantit leur conservation. Un soin particulier doit être apporté à la collation du corpus de départ et bon nombre de notions utilisées en sciences humaines, souvent de manière intuitive, comme la notion de contexte, d'archive, de savoir local, doivent être ici précisément redéfinies.

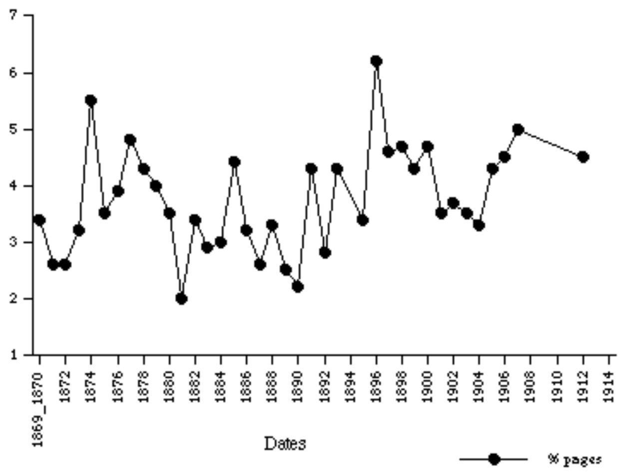
Folta et Nový attiraient déjà l'attention sur plusieurs de ces aspects cruciaux : la nécessité de lier étroitement analyses qualitative et quantitative ; la construction explicite de nouveaux ensembles de matériaux auxquels appliquer les méthodes quantitatives ; enfin le potentiel heuristique de l'approche quantitative, au-delà et même à la place de la simple obtention d'indices numériques. Je vais maintenant considérer concrètement ces différents aspects dans l'étude de cas annoncée et esquisser quelques réponses possibles aux problèmes évoqués.

La théorie des nombres (1870-1914) : quelques données quantitatives

Comment repérer la théorie des nombres en vue d'une approche quantitative ? Le choix de la période est (volontairement) favorable : nous avons en effet à notre disposition un journal de comptes rendus, le *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, qui recense les articles parus depuis les années 1868–1869. Or, sa classification contient une rubrique de théorie des nombres (*Zahlentheorie*), la troisième, après celle d'histoire et de philosophie, et celle d'algèbre. Une difficulté saute toutefois aux yeux : le contenu de la rubrique change au cours de la période considérée.

[6] Ce qui explique d'ailleurs le succès des méthodes quantitatives dans les aspects de l'histoire des mathématiques où de telles séries se forment le plus facilement : membres d'une société savante ou d'une institution, journaux, étude des manuels. Même ainsi, la nature des sources constitue un obstacle particulier, voir Barrow-Green 1996.

Proportion de pages de théorie des nombres dans le *Jahrbuch*



Les trois sections de la première période (généralités, théorie des formes et fractions continues) sont redistribuées après 1884, une nouvelle section (théorie élémentaire des nombres) faisant son apparition, une deuxième section regroupant deux anciennes divisions (généralités et formes), la troisième section restant celle des fractions continues. Dans ce qui suit, lorsque je parlerai de la classification du *Jahrbuch* ou de la théorie des nombres selon le *Jahrbuch*, je ne retiendrai pour la période 1884-1914 que les deux dernières sections. Ce découpage est motivé par plusieurs facteurs : la section de théorie élémentaire, dans la période considérée, ne contient pas ce que les théoriciens des nombres actuels désigneraient sous ce nom, par exemple des recherches, éventuellement fort subtiles, ne faisant pas appel à l'analyse complexe ou à la géométrie algébrique, mais avant tout des études liées à l'arithmétique ordinaire, dans un contexte didactique ; ma sélection pour la deuxième période est donc cohérente avec la rubrique de théorie des nombres pour la période 1870-1883. Elle est aussi cohérente en ce qui concerne les journaux mathématiques apparaissant dans la partie délaissée, le plus souvent là encore des revues pédagogiques. Ces justifications données, je remarque néanmoins que cette sélection interdit d'office de suivre l'effet sur la recherche (sur laquelle je me concentrerai) d'éventuelles transformations dans l'enseignement élémentaire et inversement[7].

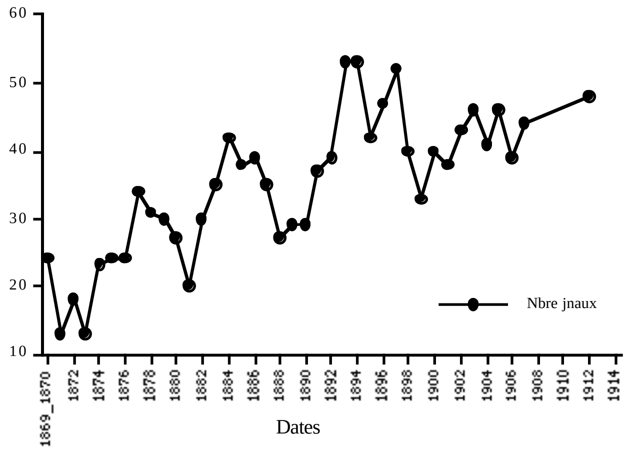
Avec ce choix, on constate que la proportion de pages consacrées à la théorie des nombres dans le *Jahrbuch*, dans le sens que je viens de définir, croît légèrement pendant la période considérée, avec de très fortes irrégularités — la proportion moyenne est de 3,5% des pages entre 1870 et 1884, de 3,7% entre 1885 et 1899, de 4% entre 1900 et 1914. Pour ces trois périodes, le nombre moyen de journaux recensés dans le *Jahrbuch* qui publient des articles de théorie des nombres est respectivement de 26 par an, 36 par an, 43 par an ; le nombre moyen d'articles de théorie des nombres recensés par an est respectivement de 65, 87, 99. Les courbes jointes contiennent quelques informations supplémentaires. Je rappelle que des diagrammes montrant la répartition des journaux et des articles relatifs à la théorie des nombres en France, en Allemagne, en Grande-Bretagne et en Italie ont été inclus plus haut.

Selon le *Jahrbuch*, nous trouvons donc à peu près 3700 articles de théorie des nombres pour la totalité de la période. Il importe d'emblée de souligner que ce chiffre couvre des réalités très différentes. Le *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, périodique allemand qui est un phare pour le domaine, contient 130 articles de théorie des nombres sur la période considérée. Une revue comme *Educational Times* publie pendant ce temps plusieurs centaines de petits articles, souvent en série[8]; elle est en partie responsable de la proportion importante de publications anglaises dont témoignent les diagrammes. La longueur des articles, le rayonnement et l'importance mathématique de ces deux journaux, tout semble incomparable, et incongrue l'homogénéisation que le traitement quantitatif exige d'opérer ici. Il existe bien sûr des remèdes à ce problème : négliger d'emblée le second journal, tenter une homogénéisation qualitative en distinguant plusieurs types de journaux ou corriger les données en tenant compte de la longueur des articles. Ces remèdes risquent toujours de gommer un phénomène intéressant : le nombre de pages d'un article de recherche n'est pas un indicateur

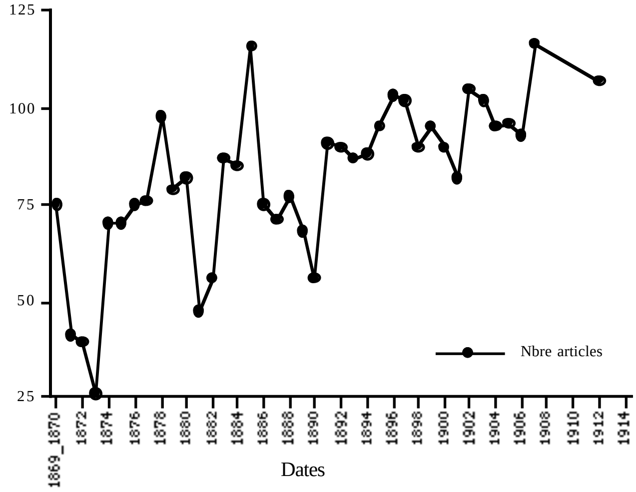
[7] Le *Jahrbuch* lui-même n'est pas exempt de biais, en particulier dans le choix des journaux recensés, voir Folta & Nový 1965 ou dans l'image de la théorie des nombres qui régit sa propre classification, voir Siegmund-Schultze 1993. Je reviendrai un peu plus tard sur cette question.

[8] Son exemple témoigne de ce qu'éliminer la section d'arithmétique élémentaire n'a pas éliminé les questions élémentaires au sens actuel, c'est-à-dire ne faisant pas appel à l'analyse, ni d'ailleurs certains exercices, astucieux mais anodins.

Journaux publiant de la théorie des nombres
d'après le *Jahrbuch*



Articles de théorie des nombres
d'après le *Jahrbuch*



significatif ; l'*Educational Times* a pu jouer un rôle important pour la formation des nouvelles générations[9]; cette pléthore de petits problèmes élémentaires sur les nombres peut témoigner d'une manière plus générale d'aborder les questions arithmétiques, l'*Educational Times* constituant alors un élément d'appréciation indissociable du reste de la production mathématique[10].

Nous avons déjà rencontré un bon nombre des problèmes liés à l'utilisation des méthodes quantitatives auxquels j'ai fait allusion plus haut : le risque de muter naïvement, au hasard d'une sélection, de simples préjugés de l'enquêtrice en résultat de l'enquête et la difficulté parallèle de constituer un corpus satisfaisant ; la nécessité d'allier constamment réflexion qualitative aux calculs numériques ; l'orientation des questions accessibles. Je voudrais revenir sur un dernier aspect, celui de l'anachronisme, à propos de la définition du domaine.

Sur la définition de la théorie des nombres

Pour éviter les écueils de l'anachronisme, la récente histoire des sciences a suggéré de s'appuyer sur le "point de vue des acteurs". Si une telle suggestion fournit un garde-fou indispensable, il est en revanche beaucoup plus délicat de s'en servir de manière opératoire, non comme principe défensif, mais comme principe constructif. Il n'existe pas en général un *unique* "point de vue des acteurs" et la divergence de ces points de vue constitue parfois un indice important des aspects dynamiques auxquels nous nous intéressons. Par exemple, pour la période qui nous concerne, nous pouvions utiliser plusieurs classifications différentes : à part celle du *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, une autre classification est proposée par la compilation de Dickson et de ses collaborateurs, *The History of the Theory of Numbers*, une autre est donnée à partir de 1889 par l'*Index du Répertoire bibliographique des Sciences mathématiques*, élaborée par une commission bibliographique internationale, d'autres encore sont fournies par les différents journaux eux-mêmes, sans compter les innombrables opinions personnelles des auteurs. Les différences entre ces classifications, en particulier ce qu'elles

9 André Weil mentionne ainsi le rôle joué par le *Journal de mathématiques élémentaires* dans son attrait pour l'analyse diophantienne, voir Weil 1991.

10 D'autres indicateurs seraient nécessaires pour en juger, en particulier des informations sur les auteurs ; malheureusement, la structure d'indexation du *Jahrbuch* rend ces informations beaucoup plus difficilement accessibles que celles que nous avons données ici, orientées sur les articles et les journaux. Voici un exemple simple, mais frappant, de la contrainte exercée par le corpus de base sur le questionnaire.

excluent ou retiennent, définissant au passage leur "point de vue" sur ce qu'est la théorie des nombres, ne portent pas que sur des questions marginales. Par exemple, l'article de Henri Poincaré de 1901, "Sur les propriétés arithmétiques des courbes algébriques", un des textes fondateurs pour un traitement birationnel des équations diophantiennes, est accepté comme de la théorie des nombres par Dickson et le *Journal de mathématiques pures et appliquées* où il est paru, mais pas par le *Jahrbuch*. Le travail de Hadamard de 1896 prouvant un théorème fondamental sur la répartition des nombres premiers est de la théorie des nombres pour le *Jahrbuch* et pour Dickson, mais pas pour le journal lui-même. On pourrait à peu près illustrer toutes les combinaisons.

Comme tout chercheur actuel plongé dans le catalogue d'une bibliothèque le sait fort bien, il est presque impossible de fixer une classification adéquate dans un domaine quelque peu étendu et innovant constamment. Les articles les plus novateurs peuvent être d'autant plus difficiles à classer qu'ils effectuent des transferts et des synthèses entre plusieurs domaines. Mais les classifications mentionnées ici reflètent, autant que l'état objectif du champ, l'opinion particulière de la collectivité qui les a élaborées[11]. Il serait donc nécessaire, pour apprécier pleinement les données du *Jahrbuch*, de se livrer à une analyse comparative à partir de plusieurs de ces classifications ; nous pourrions alors seulement espérer capter un effet dynamique particulier, celui lié à la délimitation même du domaine. Faute de place, je ne poursuivrai pas ici cette piste et dans ce qui suit, consacré plus particulièrement au cas français, je neutraliserai volontairement cet effet en adoptant soit la classification du *Jahrbuch* pour les données globales, comme je l'ai fait auparavant, soit la catégorisation la plus large possible pour des données plus fines, focalisées sur quelques journaux.

La théorie des nombres en France (1870–1914)

Ce que j'entends par "français" doit bien sûr être défini : il s'agit, dans la lignée des informations qui précèdent, des publications de théorie des nombres parues dans les journaux français ; nous aurons justement l'occasion de constater que ce corpus ne rend compte que partiellement de la production des auteurs travaillant en France. Le choix de cette définition vient du système de repérage que le *Jahrbuch* facilite, il est

[11] Ce que confirme l'analyse de Reinhard Siegmund-Schultze (Siegmund-Schultze 1993) sur les transformations du *Jahrbuch* et l'avénement du *Zentralblatt*.

opératoire, mais n'accorde évidemment aucun statut explicatif à un quelconque caractère national. Tout au plus, dans les conditions de parution et de diffusion de l'époque considérée, permet-il de se faire une idée juste des connaissances accessibles en France : par exemple, plusieurs articles sont des traductions de lettres ou d'articles étrangers, souvent allemands[12], destinés à informer les mathématiciens travaillant en France ou francophones de certaines recherches en cours.

D'après les indications du *Jahrbuch*, les journaux français contiennent 834 articles de théorie des nombres pendant la période considérée, soit un peu moins du quart de la production internationale, répartis ainsi :

1870–1884	1885–1899	1900–1914
358	241	235

Une perception plus fine de la situation peut être atteinte en distinguant selon les journaux. Je me suis concentrée dans un premier temps sur trois d'entre eux, le *Bulletin de la Société mathématique de France* (BSMF), le *Journal de mathématiques pures et appliquées* (JMPA) et les *Notes aux Comptes rendus de l'Académie des sciences* (CRAS). Ces trois journaux occupent une place toute différente dans le paysage du journal scientifique : le *Journal de mathématiques pures et appliquées* est un journal scientifique bien établi et de haut niveau international ; le *Bulletin de la Société mathématique de France*, qui paraît à partir de la fondation de la société en 1872, est à cette époque l'organe de diffusion d'une société savante, destiné à ses membres ; les *Notes aux Comptes rendus de l'Académie des sciences* servent déjà à la publication rapide de résultats, sous forme de communications brèves, dont il faut toutefois remarquer qu'elles s'organisent parfois, surtout dans la première période observée, en longues séries par le même auteur, afin de compenser la limitation de place.

Quels sont les autres journaux français importants publiant de la théorie des nombres ? En nombre d'articles, sans aucun doute, les *Nouvelles Annales*, un journal intermédiaire, au sens d'Eduardo Ortiz, c'est-à-dire destiné en priorité aux élèves et aux enseignants des écoles d'ingé-

[12] L'opposition entre les centres de Göttingen et de Berlin (Rowe 1989), ou celle entre Prusse et Bavière (Schubring 1996), par exemple, sont bien connues et comme dans le cas français, une expression comme "les mathématiques allemandes" ou "la théorie des nombres en Allemagne" est *a priori* tout à fait ambiguë. Il s'agit ici de langue utilisée.

nieurs et des classes préparatoires à ces écoles ; environ 200 articles, dont plus de la moitié paraissent dans la première période considérée, concernent la théorie des nombres dans ce journal. Surtout à partir du début du 20^{e} siècle, les publications de l'Association française pour l'avancement des sciences reçoivent également de nombreuses communications sur les nombres. En terme de visibilité scientifique, il faut mentionner les *Annales de l'Ecole normale supérieure* qui hébergent par exemple la thèse de L. Charve sur la réduction des formes ternaires et plusieurs articles de H. Padé sur des généralisations des fractions continues. D'autres périodiques, comme le *Bulletin des sciences mathématiques*, le *Journal de l'École polytechnique* et la *Nouvelle Correspondance mathématique*, font des apparitions sporadiques.

Les données du *Jahrbuch* concernant les trois premiers journaux fournissent le bilan suivant :

	1870–1884	1885–1899	1900–1914
CRAS	117	99	52
BSMF (1873→)	25	25	24
JMPA	19	11	18
Total exprimé en % du nbre d'articles ds jnaux français	45	56	40

Ainsi, le nombre d'articles de théorie des nombres au *Bulletin de la Société mathématique de France* (BSMF) est stable, à peu près 25 articles pour chacune des trois périodes ; le *Journal de mathématiques pures et appliquées* (JMPA) témoigne d'une publication en dents de scie. En revanche, la chute du nombre des *Notes aux Comptes rendus de l'Académie des sciences* (CRAS) s'accentue dans le demi-siècle considéré : d'une centaine de notes dans la première période à la moitié dans la dernière ; nous verrons que ceci correspond en fait à un changement d'utilisation de cette publication, parallèle à un changement de pratique professionnelle, et que c'est la principale raison pour l'effondrement proportionnel des articles publiés en France que nous avons déjà relevé.

Trois journaux et quelques réseaux

J'ai donc commencé un dépouillement systématique de ces journaux[13], ce qui représente à peu près la moitié des articles français.

[13] Ce qui concerne les *Notes aux Comptes rendus de l'Académie des sciences* qui,

C'est à ce niveau d'observation que j'ai abandonné la classification du *Jahrbuch* pour élargir le champ, et permettre, à rebours, de mieux apprécier les biais de cette classification même. J'ai donc pris en compte, pour cette étude plus détaillée, l'ensemble des articles classés en théorie des nombres soit dans le *Jahrbuch*, soit dans l'étude de Dickson, soit dans les journaux eux-mêmes, lorsque ceux-ci proposent une classification par matières[14]. Avec cette définition plus accueillante de la théorie des nombres, nous trouvons environ 460 articles : 310 *Notes aux Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 105 articles dans le *Bulletin de la Société mathématique de France*, 55 dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*.

Rappelant la dichotomie évoquée au début de cet article, il est intéressant de s'arrêter quelques instants sur la nature du corpus ainsi constitué. En tant qu'ensemble de textes scientifiques, ce corpus donne accès aux informations qui intéressent les "internalistes" les plus puristes : les outils mathématiques mis en œuvre, par exemple, ou les résultats qui y sont démontrés. Mais s'y repèrent aussi certaines relations entre leurs auteurs, par le jeu des références, des priorités parfois explicitées, des présentations, des oublis également. Les articulations entre ces registres sont multiples, et tenter de séparer ces informations en deux groupes opposés, de traquer le passage de l'un à l'autre, de discriminer "le déjà social" du "vraiment mathématique" paraît aussi difficile que vain. Faute de place, je n'entrerai ici dans aucun détail, ni sur les résultats, ni sur les parcours personnels ou sociaux. Mais le statut ambigu de ce corpus me paraît prometteur dans la perspective d'une histoire sociale des textes, analogue à celle que suggèrent pour les personnes les travaux de Norbert Elias[15].

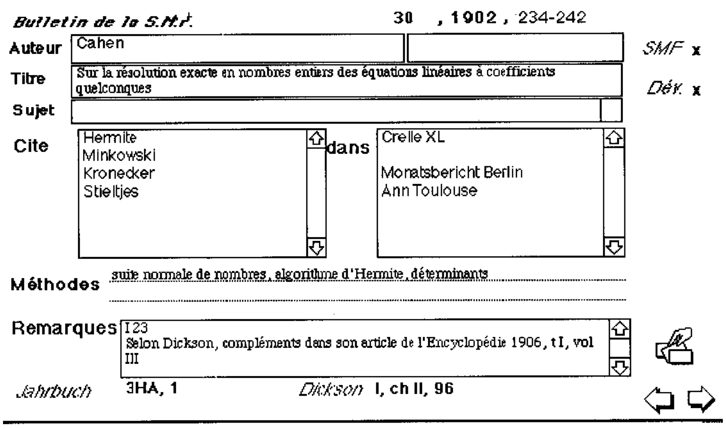
Afin de repérer certaines relations entre articles, j'ai compilé une banque de données façonnée à l'aide du logiciel Hypercard, dont deux

comme on le verra, occupent une place centrale et peuvent ainsi servir d'indice capital pour suivre les grandes lignes structurales de l'évolution du domaine dans les publications françaises, a déjà fait l'objet d'une publication, GOLDSTEIN 1994. On y trouvera en particulier des diagrammes montrant l'évolution numérique des principaux réseaux que je vais mettre en scène.

[14] La cohérence de cette classification ne paraît pas toujours évidente, la suite de notes classées en théorie des nombres pouvant se retrouver dans une autre section, voir des exemples dans GOLDSTEIN 1994.

[15] Voir ELIAS 1970 et 1983, ainsi que les propositions faites pour des textes littéraires par D. F. Mc Kenzie dans MCKENZIE 1986. Un exemple plus détaillé, centré sur les théories unitaires, est traité dans GOLDSTEIN & RITTER 1999.

Exemples (simplifiés) du dépouillement d'articles de théorie des nombres



Bulletin de la S.M.F. 30 , 1902 , 234-242

Auteur: Cahen — SMF x

Titre: Sur la résolution exacte en nombres entiers des équations linéaires à coefficients quelconques — Dév. x

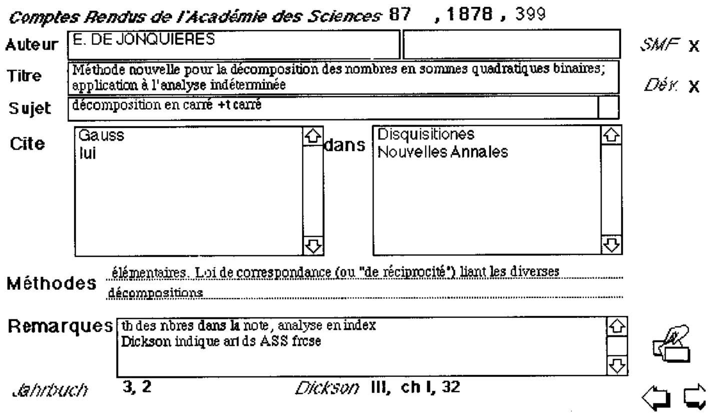
Sujet:

Cite: Hermite, Minkowski, Kronecker, Stieltjes — dans: Crelle XL, Monatsbericht Berlin, Ann Toulouse

Méthodes: suite normale de nombres, algorithme d'Hermite, déterminants

Remarques: I23 Selon Dickson, compléments dans son article de l'Encyclopédie 1906, t I, vol III

Jahrbuch 3HA, 1 — Dickson I, ch II, 96



Comptes Rendus de l'Académie des Sciences 87 , 1878 , 399

Auteur: E. DE JONQUIERES — SMF x

Titre: Méthode nouvelle pour la décomposition des nombres en sommes quadratiques binaires; application à l'analyse indéterminée — Dév. x

Sujet: décomposition en carré +t carré

Cite: Gauss, lui — dans: Disquisitiones, Nouvelles Annales

Méthodes: élémentaires. Loi de correspondance (ou "de réciprocité") liant les diverses décompositions

Remarques: th des nbres dans la note, analyse en index Dickson indique art ds ASS frcse

Jahrbuch 3, 2 — Dickson III, ch I, 32

extraits, tronqués pour des raisons de lisibilité, sont montrés ci-dessus. Chaque article fait l'objet d'une fiche où sont consignés, en particulier, l'ensemble des références utilisées dans l'article, les méthodes employées et le sujet traité, les diverses classifications pertinentes. Les références sont qualifiées, au sens où je distingue entre citations de résultats ou de méthodes intégrées dans l'article étudié, citations d'hommage ou d'inscription dans une tradition historique, citations d'opposition.

Une première gamme d'informations concerne les auteurs de ces articles. Une centaine d'auteurs apparaissent dans les *Notes aux Comptes rendus*, 40 écrivent des articles dans le *Bulletin de la Société mathématique de France*, 22 dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*. La proportion d'auteurs qui ne résident pas en France varie de manière importante : 1/3 à 1/2 pour les *Notes aux Comptes rendus* qui apparaissent ainsi comme une vitrine importante des travaux internationaux ; une proportion d'un quart à peu près d'auteurs étrangers pour les deux autres périodiques. La proportion des auteurs étrangers décroît d'ailleurs au cours du demi-siècle considéré, une diminution corrélée à la décroissance du nombre de *Notes aux Comptes rendus*. Par ailleurs, la plupart des auteurs du *Bulletin* ou du *Journal de mathématiques pures et appliquées* sont aussi des auteurs de *Notes aux comptes rendus* et presque tous les auteurs français sont membres de la Société mathématique de France : ces éléments confirment l'analyse d'Hélène Gispert (GISPERT 1991) sur la place centrale des *Notes aux comptes rendus* et le caractère représentatif de la SMF dans la communauté mathématique française, même dans un domaine aussi marginal par rapport à l'ensemble de la production que la théorie des nombres.

Il est aussi possible, en utilisant le relevé des références, de retracer certains réseaux d'articles, en regroupant les articles partageant un groupe de références ou se citant mutuellement. Cette technique a été abondamment utilisée dans la sociologie des sciences[16], mais les réserves évoquées plus haut à propos des méthodes quantitatives en général restent ici valides ; dans la période que nous considérons, l'usage des références n'est pas encore systématisé et il est parfois nécessaire de reconstituer une citation à partir d'allusions très vagues. Il s'est avéré illusoire de mettre en œuvre les moyens techniques poussés, informatiques en particulier, disponibles en sociologie, pour explorer notre corpus : le nombre d'articles est trop petit, la nature des citations trop fluctuante pour qu'un repérage et un traitement automatiques gardent la finesse nécessaire à une interprétation raisonnable des résultats[17]. Un regroupement manuel, soutenu par les possibilités de tri et de recherche lexicale du

---

[16] Voir par exemple GARFIELD 1964, PRICE 1965 et plus récemment, dans la perspective d'une analyse de réseaux, CALLON, LAW & RIP 1986.

[17] Des réflexions analogues sur les problèmes posés à l'interface entre sociologie et histoire se trouvent dans REINHARD 1979 et DOLAN 1998.

logiciel utilisé, et tenant compte des différents types de citations relevés, permet en revanche de dégager plusieurs réseaux, qui sont caractérisés par une intercitation forte, alors que leurs rares citations des articles d'autres réseaux ne sont par exemple pas des citations d'utilisation[18].

Le réseau le plus important numériquement (c. 180 articles) adopte pour principales références communes, outre les autres articles du réseau bien sûr, Fermat, Lagrange, Legendre, Gauß. Les articles sont courts et paraissent donc indifféremment dans les *Notes aux Comptes rendus* et dans d'autres journaux. On constate toutefois une certaine spécialisation des thèmes au sein du groupe, par exemple il n'y a pas d'analyse diophantienne dans le *Bulletin de la SMF*. Les sujets mathématiques abordés sont très variés (recherche de solutions entières ou rationnelles d'équations, études sur le symbole de Legendre, divisibilité, fractions continues, etc.). Ce réseau disparaît à peu près après 1900, ce qui explique la diminution brutale du nombre d'articles après cette date.

Un autre réseau (c. 90 articles) apparaît plus thématique[19]: il concerne la classification arithmétique des formes de différents degrés à plusieurs variables et la représentation de nombres entiers par de telles formes. La référence commune standard est ici le travail d'Hermite, mais certains articles de Kronecker sur les connexions entre formes et fonctions elliptiques ou modulaires sont aussi cités fréquemment. Ce réseau est centré sur les *Notes aux Comptes rendus* et le *Journal de mathématiques pures et appliquées*.

Un troisième réseau (c. 80 articles) a pour principale caractéristique commune, outre les intercitations, le recours aux méthodes de l'analyse (complexe) : Lejeune-Dirichlet, Riemann en sont les précurseurs mentionnés. Il publie dans les trois journaux considérés, leur choix dépendant surtout du thème traité. Ce réseau apparaît en deux vagues principales, la première jusque vers le milieu des années 90 et la seconde débutant après 1904.

En opposition aux usages du premier réseau, les articles des deu-

[18] Le problème des textes isolés ne sera pas examiné ici en détail. Il se pose pourtant : 1/3 des papiers publiés dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées* avant 1884 ne font référence à aucun autre article (sauf éventuellement à un article précédent du même auteur) et ce peut être le cas pour des auteurs mineurs, publiant peu, ou des auteurs renommés, comme Camille Jordan.

[19] Bien que, je le rappelle, sa constitution soit faite à partir des liens par références et non par thème. Certains articles sur la représentation des nombres par certaines formes relèvent d'ailleurs du premier réseau.

xième et troisième réseaux publiés aux *Comptes Rendus de l'Académie des sciences* sont le plus souvent des résumés des articles développés ailleurs. Le fonctionnement des *Notes aux Comptes rendus* est donc pour ces deux réseaux, et non pour le premier, celui qui est encore en vigueur actuellement.

D'autres réseaux plus petits peuvent aussi être mis en évidence. Je ne mentionnerai que deux d'entre eux, qui sont particulièrement intéressants du point de vue de la diffusion internationale des recherches mathématiques. Tout d'abord, un petit groupe d'articles (moins d'une vingtaine) mentionnent la théorie des idéaux et ses développements ; ce sont surtout des *Notes aux Comptes rendus*, fondées sur des lettres de mathématiciens allemands tel Richard Dedekind à certains collègues français — la situation ne commence à changer qu'à partir de 1910, avec des articles originaux spécifiques. Le deuxième exemple est celui d'un groupe d'une quinzaine d'articles concernant les déplacements sur un échiquier et des questions connexes ; centré sur le *Bulletin de la SMF*, il engendre après quelques numéros la création d'une rubrique spécifique dans le journal ("géométrie des quinconces"). Certains de ces articles mentionnent d'abord le rapport avec la géométrie des nombres telle que l'a développée Hermann Minkowski, mais s'en démarquent rapidement, pour souligner davantage le lien avec des problèmes pratiques, industriels, concernant par exemple les techniques de tissage.

Ces réseaux fonctionnent de manière assez autarcique. En particulier, même lorsque le thème est commun à plusieurs d'entre eux, il n'y a pas d'échanges apparents ou même d'efforts de complémentarité. Dans certains cas, où la similarité des sujets suscite une comparaison, soit de la part d'un auteur, soit de la part d'un tiers (par exemple l'un des éditeurs du journal ou le mathématicien chargé de présenter la note aux *Comptes rendus*), la réaction typique de l'auteur est montrer que les mêmes résultats, sinon de meilleurs, peuvent être atteints à l'intérieur de son propre réseau de références[20]. Dans d'autres cas, la différence des objectifs poursuivis est mise en avant.

C'est ainsi que nous sommes confrontés à deux approches des nombres premiers, qui se vivent et se disent sur certains points opposées : une analyste et une algébrique. La première, telle que la défend implicitement Jacques Hadamard, poursuit la ligne des travaux de Riemann et, raffinant son étude des propriétés analytiques de la fonction Zeta complexe,

[20] On trouvera plusieurs exemples dans GOLDSTEIN 1994.

fournit des estimations asymptotiques. La deuxième approche est celle d'Edouard Lucas : il s'agit d'éliminer autant que possible les méthodes faisant appel à l'analyse et d'aborder directement l'identification des nombres premiers ; Lucas détermine par exemple des critères de primalité reposant sur une étude arithmétique de suites récurrentes[21].

Un fusionnement relatif de références se manifeste toutefois entre le deuxième et le troisième réseaux, à partir de 1904 : il correspond à une extension des méthodes analytiques afin de rendre compte de la distribution des nombres représentés par certaines formes.

Qu'en est-il des auteurs ? Les réseaux de textes tels que je les ai esquissés rapidement recouvrent-ils les réseaux attachés d'ordinaire aux individus eux-mêmes ? Seulement en partie, et c'est là un des aspects les plus instructifs de cette approche : les textes liés par leurs références ne délimitent pas les mêmes relations entre leurs auteurs que ceux établis à partir de l'examen de leurs relations personnelles ou institutionnelles ; les réseaux construits ici ne coïncident pas avec ceux associés d'ordinaire à la notion d'école mathématique, ni celle de communauté au sens kuhnien. Certains mathématiciens apparaissent effectivement dans un seul des trois réseaux principaux. On peut ainsi mentionner pour le premier les noms de de Jonquières, Lucas, Desboves, Genocchi, Pépin, Sylvester, d'Ocagne ; pour le deuxième Châtelet, Humbert, Jordan, Picard, Poincaré, pour le troisième Lerch, Lipschitz, Stieltjes. Quelques auteurs, rares à vrai dire, circulent entre ces réseaux, mais cela ne veut pas dire qu'ils créent de nouvelles solidarités : leurs articles à l'intérieur d'un même réseau "ignorent" que leurs auteurs connaissent par ailleurs d'autres systèmes de références. Un cas caractéristique est Edmond Maillet, qui publie des articles relevant de plusieurs réseaux (il est même l'unique auteur résidant en France, avec Henri Poincaré, à mentionner les nombres idéaux avant 1900), mais dont les références, pour chaque article, ne se distinguent pas de celles des autres auteurs du réseau concerné. En fait, lorsque Maillet traite de certaines équations diophantiennes (à un moment où elles sont presque exclusivement un sujet du premier réseau), il *s'excuse* d'avoir dû utiliser les nombres idéaux de Kummer pour conclure. Des cas comme le sien permettent de mieux cerner les difficultés ordinaires qui se sont éventuellement manifestées, alors que semblaient possibles des transferts de connaissances.

[21] Sur Hadamard, l'approche analytique et le théorème des nombres premiers, voir Kahane 1991 et Schwarz 1994 ; sur Lucas, voir Décaillot 1998.

À l'intérieur d'un même réseau, le choix du lieu de publication obéit souvent à un critère thématique. Grâce à la banque de données constituée par Hélène Gispert pour les membres de la Société mathématique de France, il est possible pour ces derniers de reconstituer l'ensemble des périodiques dans lesquels ils publiaient ; on constate ainsi que plusieurs auteurs publiant des articles dans le premier réseau publient également dans les *Nouvelles Annales*, cette fois surtout à propos d'analyse diophantienne. Les parcours professionnels des auteurs français diffèrent également : ingénieurs, professeurs du secondaire se rencontrent davantage comme auteurs du premier réseau[22], alors que les auteurs du deuxième réseau occupent de manière plus uniforme des chaires universitaires. Cette différence me semble par contre moins perceptible en ce qui concerne les auteurs étrangers, mais je n'ai pas encore mené une enquête suffisante pour conclure sur ce point.

Un autre aspect que ces résultats éclairent est la question nationale. Des auteurs étrangers apparaissent, comme je viens de l'indiquer, parmi les auteurs prolifiques de chaque réseau, et leurs nationalités variées suggèrent des solidarités internationales différentes selon le réseau ; en particulier, l'intervention des mathématiciens allemands ou formés en partie en Allemagne apparaissent nulles pour le premier réseau ou à peu près, importante pour le troisième, et déterminante pour la théorie algébrique des nombres. Il serait possible de raffiner ces impressions en suivant, à rebours, les traces des mathématiciens français dans les revues étrangères, soit directement comme auteurs, soit dans les références. On constate ainsi que certains auteurs de premier plan comme Hermite (le seul auteur vivant dans notre période qu'André Weil mentionnait dans la liste des théoriciens des nombres importants) publient presque exclusivement leurs articles de théorie des nombres dans les journaux étrangers pendant la période que nous considérons ; d'autres auteurs feront de même plus tard, alimentant en particulier les *Acta mathematica* (Gispert 1991). Les auteurs du premier réseau comme Lucas ou Pépin publient principalement dans des revues italiennes ou certaines revues anglo-saxonnes. En ce qui concerne les traces des auteurs français dans les références des articles allemands, je me contenterai ici, à titre indicatif, de mentionner les 152 articles des *Mathematischen Annalen* en

[22] Voir Décaillot 1998 pour des éléments suggestifs de la biographie de Lucas ; de Jonquières, amiral et académicien, témoigne qu'il ne s'agit pas toujours de prestige social inférieur, mais d'une autre professionalisation.

théorie des nombres (selon la classification du journal) ; une importante part est consacrée à la théorie algébrique des nombres et à la théorie du corps de classes commençante et aucun auteur français n'y apparaît. Si on regarde des rubriques plus prometteuses pour une interaction possible, la théorie des formes et la théorie analytique des nombres, on constate que les auteurs de ces articles sont cités ou sont eux-mêmes auteurs dans les journaux français étudiés dans une importante proportion (c'est le cas de 13 sur 16 des auteurs en théorie des formes par exemple), mais ce sont des auteurs étrangers (russes ou allemands en majorité), et eux-mêmes ne citent pas d'auteurs français sauf Hermite[23].

Le type d'enquête que nous venons de mener est souvent opposé à celles qui se focalisent sur les personnalités importantes. Il est pourtant possible d'obtenir ainsi, très facilement, certains renseignements cruciaux sur leur rôle. Hermite, par exemple, apparaît ici à une triple position : celle de père fondateur pour le deuxième réseau, dans la mesure où son nom est surtout cité pour ses articles déjà anciens sur les formes et sa méthode de réduction continue, tout comme celui de Gauß pour le premier réseau ; celle de médiateur, car il présente un bon nombre des *Notes aux Comptes rendus* en théorie des nombres par exemple ; celle de connecteur avec les recherches les plus prestigieuses faites en Allemagne, non parce qu'il les intègre[24], mais parce qu'il les connaît et contribue à les faire connaître en France d'une part, d'autre part parce qu'il est un des rares auteurs français de théorie des nombres visibles dans les journaux allemands de recherche. Remarquons au passage qu'à l'époque étudiée ici, Hermite n'est plus un auteur français très actif de théorie des nombres (au sens bien sûr utilisé dans le présent article !).

Quelques pistes en guise de conclusion

Plus encore que de rassembler des informations quantitatives sur le développement de la théorie des nombres au tournant du siècle, j'ai surtout essayé ici de documenter le potentiel heuristique qu'offre cette approche pour explorer certaines dynamiques à l'œuvre. L'analyse, même

[23] Ceci corrige en partie une conclusion trop sommaire de GOLDSTEIN 1994, p. 157, note 39. Par ailleurs, un chiffre donné p. 157 est erroné : au lieu de “des 9 auteurs”, il faut lire “des 10 auteurs supplémentaires” , etc.

[24] On peut préciser cette question à l'aide d'autres informations, extérieures à l'enquête menée ici : son rapport sur la thèse de Molk mentionnée plus haut ainsi que plusieurs phrases de sa correspondance personnelle marquent clairement ses réserves par rapport à certains développements de la théorie des idéaux.

tronquée par diverses hypothèses simplificatrices, met en évidence plusieurs phénomènes distincts, opérant à des échelles différentes qu'il importerait d'abord, dans un travail futur, d'examiner en détail séparément. J'en rappelle les principaux.

Tout d'abord, la disparition du premier réseau qui, comme je l'ai indiqué, entraîne la diminution brutale de la proportion des articles publiés dans les périodiques français. Une explication possible est son mode de recrutement, car ses membres semblent pour la plupart exercer leur activité hors de centres de formation importants, et donc ne pas participer à l'entraînement des nouvelles générations. Il importe aussi de comprendre vers quelles activités se tournent à la fin du siècle les analogues des membres de ce réseau ; une hypothèse est liée au rôle de l'Association française pour l'avancement des sciences dont la revue héberge de nombreux articles de théorie des nombres après 1900. Mais se pose aussi la question de comprendre le faible impact de ces travaux après 1900 (même publiés dans un journal prestigieux, par exemple, les *Notes aux Comptes rendus*) ; pourquoi, par exemple, les recherches de Lucas sur les nombres premiers qui connaissent maintenant, à cause de la cryptographie, un regain d'intérêt, ont-ils eu si peu d'émules dans la génération suivante ?

Un deuxième phénomène est celle des spécificités de la recherche en France, et, corrélativement, la résistance, le scepticisme, l'indifférence, face au développement de la théorie algébrique des nombres, dans le sens en usage actuellement[25], c'est-à-dire la théorie des corps de nombres algébriques ou la théorie arithmétique des grandeurs algébriques, à la manière de Kronecker. L'enquête menée ici incite à distinguer plusieurs situations : celle du premier réseau dont les articles semblent surtout désireux de s'opposer à l'usage des nombres complexes et de fonctions analytiques et celle du deuxième réseau qui témoigne avant tout de l'existence d'une approche alternative, celle des formes. Les analystes français, quant à eux, développent en partie leurs travaux sans viser les applications arithmétiques immédiates, même si leurs sujets d'intérêt sont d'origine arithmétique (un exemple frappant est celui des séries de Dirichlet, voir KAHANE 1991) ; ceci les rend invisibles dans la sélection effectuée ici.

D'autres aspects exigent plutôt une réflexion historiographique :

[25] Je mentionne pour éviter toute confusion que Lucas et d'autres mathématiciens du premier réseau voient leurs travaux comme de la théorie algébrique des nombres, en opposition aux travaux faisant intervenir de l'analyse complexe.

nous avons en effet détecté une activité assez dense en théorie des nombres, contrairement aux traces qu'elle a laissée au moins pour le moment dans la mémoire collective. Ceci vaut non seulement pour les recherches du premier réseau, mais aussi pour celles du deuxième, incarnées par des mathématiciens de grand prestige. Il y a peu d'études historiographiques sur la théorie des formes, qui est souvent occultée dans l'image de l'évolution du domaine au profit exclusif de la théorie des corps de nombres algébriques[26]. Nous devons comprendre pourquoi, et interroger les mécanismes qui transforment des phénomènes de développement autonome en une image de déclin.

Il en est de même de la question nationale : il est clair d'après ce que nous venons de voir qu'il n'existe pas une théorie des nombres française que nous pourrions opposer à une théorie des nombres allemande par exemple. Si l'époque considérée pousse aux comparaisons en termes de nations, non seulement à cause de la situation géopolitique effective, mais aussi à cause des représentations fortes de cette situation qui traversent les discours, et les actes mêmes, de nombre de mathématiciens de cette époque, il importe de replacer plus finement ces nationalismes éventuels en les montrant à l'œuvre, dans un sens ou un autre, dans le travail et les solidarités des différentes communautés de mathématiciens[27], sans les reprendre nécessairement à notre compte comme facteurs descriptifs, voire explicatifs. Du point de vue mathématique, en particulier, se cantonner aux rapprochements et aux oppositions entre la France et l'Allemagne ne paraît pas l'approche comparative la plus féconde ; le premier réseau témoigne plutôt de connexions italiennes ou anglaises, le deuxième de connexions russes, ce qui suggère un examen comparatif avec la situation dans les périodiques de ces pays.

L'analyse que j'ai succinctement présentée ici montre qu'il ne peut être question de dissocier la réflexion qualitative du décompte proprement dit ou de son traitement statistique éventuel[28]. De fait, il me

---

[26] Voir toutefois Ellison & Ellison 1978 et Kolmogorov & Yuškevič 1978.

[27] Hermite se manifeste dans sa correspondance comme solidaire de ce qu'il appelle parfois les principes allemands, et qu'il oppose aux positions radicales républicaines défendues par d'autres. Citer ou non, utiliser ou non, des travaux allemands est d'ailleurs un problème mentionné par plusieurs mathématiciens dès cette époque.

[28] Je n'ai pratiquement pas évoqué cet aspect ici (sauf implicitement et de manière tout à fait élémentaire dans mes commentaires sur l'évolution globale des articles de théorie des nombres dans le *Jahrbuch* pour lesquels ont été calculées de fait quelques droites de régression), car la petitesse des nombres qui interviennent dans la deuxième

semble que l'intérêt des méthodes quantitatives est beaucoup moins de substituer des indices numériques à une situation sociale et intellectuelle complexe que de donner accès à elle de manière plus riche, en offrant des moyens pour explorer, au moins en première instance, une grande masse de personnes, de textes, voire de résultats. Qu'elles soient prosopographiques, bibliométriques, ou inspirées par l'analyse des réseaux, ces méthodes se distinguent donc avant tout par leur objectif, qui est d'analyser des phénomènes collectifs, qu'ils soient scientifiques, pratiques, épistémologiques ou institutionnels — un objectif, une fois de plus, qui refuse de se laisser coincer dans la dichotomie factice : "interne ou externe". En particulier, si ces approches ne me semblent ni plus faciles, ni plus laborieuses, ni plus grossières que d'autres approches de l'histoire des mathématiques, elles ne me semblent pas non plus plus objectives. Plus précisément, si nous gardons présentes à l'esprit les nécessités multiples de leur mise en œuvre, et surtout celle d'un permanent contrôle qualitatif sur les données et leurs interprétations, nous devons renoncer à l'assurance superficielle d'une objectivité garantie par des chiffres. Mais nous pouvons gagner celle d'accroitre, par la systématicité du traitement des corpus et l'obligation d'en élucider chaque étape, les possibilités d'objectivisation du travail historique. La réflexivité chère au programme fort de sociologie des sciences ne m'apparaît donc pas comme un simple vœu pieux ou un idéal utopique : il s'agit avant tout d'une exigence opératoire pour aborder avec quelque espoir de solution les problèmes de dynamique évoqués dans l'introduction.

Remerciements

J'ai travaillé sur les questions discutées ici lors de séjours à l'Institut Max-Planck d'histoire des sciences de Berlin en 1995 et 1996 dans le cadre d'un programme conjoint entre le Centre national de la recherche scientifique et la Max-Planck Gesellschaft. Que Jürgen Renn, dont le département m'a hébergée, et tous les membres de l'institut trouvent ici l'expression de ma gratitude pour leur accueil tout aussi chaleureux qu'efficace. Je remercie en particulier Urs Schoepflin et Thomas Glänzer pour les stimulantes discussions que nous avons eues sur l'applicabilité des recherches bibliométriques à l'histoire des mathématiques.

Références

Ausejo, Elena & Hormigón, Mariano (eds.) : (1993). *Messengers of Mathematics :*

---

partie rend son intérêt négligeable.

European mathematical journals 1800–1946, Siglo XXI de España, Madrid.

BARROW-GREEN, June : (1996). "Mathematics in Britain, 1860–1940 : the creation of a source-oriented database", *in* Peter Denley (ed.), *Computing Techniques and the History of Universities*, Max Planck Institut für Geschichte, Göttingen, p. 137–147.

CALLON, Michel, LAW, John & RIP, Arie (eds.). (1986). *Mapping the Dynamics of Science and Technology*, Macmillan, London.

DÉCAILLOT, Anne-Marie : (1998). "L'arithméticien Edouard Lucas (1842–1891) : théorie et instrumentation", *Revue d'histoire des mathématiques* 4(2), p. 191–236.

DICKSON, Leonard Eugene : (1919-1923). *The History of the Theory of Numbers*, 3 volumes, Carnegie Institute of Wahshington, Washington. Réimpression : Chelsea, New York, 1952.

DOLAN, Claire : (1998). *Le notaire, la famille et la ville (Aix-en-Provence à la fin du XVI*e *siècle)*, Presses universitaires du Mirail, Toulouse.

EDWARDS, Harold : (1975). "The Background of Kummer's proof of Fermat's Last Theorem", *Archive for History of Exact Sciences* 14, 3, p. 219-236.

——— (1977). "Postscript to : The Background of Kummer's proof of Fermat's Last Theorem", *Archive for History of Exact Sciences*, 17, p. 381–394.

ELIAS, Norbert : (1970). *Was ist Soziologie ?*, Juventa, München.

——— (1993). *Engagement und Distanzierung* (hsg. von M. Schröter), Suhrkamp, Francfort.

ELLISON, W. & ELLISON, F. : (1978). "Théorie des nombres", *in* Jean Dieudonné (éd.), *Abrégé d'histoire des mathématiques 1700-1900*, Hermann, Paris, vol. I, p. 151–236.

FENSTER, Della & PARSHALL, Karen : (1994). "A profile of the American mathematical research community 1891–1906", *in* Eberhard Knobloch & David Rowe (eds.), *The History of Modern Mathematics*, vol. 3 : *Images, Ideas and Communities*, Academic Press, Boston, San Diego, etc., p. 179–227.

FOLTA, Jaroslav & NOVÝ, Luboš : (1965). "Sur la question des méthodes quantitatives dans l'histoire des mathématiques", *Acta historiae rerum naturalium nec non technicarum.* 1, p. 3–35.

GARFIELD, Eugene : (1964). *The Use of Citation Data in Writing the History of Science*, Institute of Scientific Information, Philadelphia.

GISPERT, Hélène (éd.) : (1991). *La France mathématique. La société mathématique de France (1870–1914).* Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences 34, Société française d'histoire des sciences et des techniques et Société mathématique de France, Paris.

GISPERT, Hélène & TOBIES, Renate : (1996). "A comparative study of the French and German mathematical societies before 1914", *in* Catherine Goldstein, Jeremy Gray et Jim Ritter (eds.), *L'Europe mathématique : Histoires, mythes, identités. Mathematical Europe : History, myth, identity*, Editions de la Maison des sciences de l'homme, Paris, p. 407-430.

GOLDSTEIN, Catherine : (1994). "La théorie des nombres dans les *Notes aux Comptes rendus de l'académie des sciences* (1870–1914) : un premier examen", *Rivista di Storia della scienza*, II(2, 2), p. 137–160.

——— (1995). *Un théorème de Fermat et ses lecteurs*, PUV, Saint-Denis.

Goldstein, Catherine & Ritter, Jim : (1999). "The Varieties of Unity : Sounding Unified Theories (1920–1930)", preprint.

Kahane, Jean-Pierre : (1991). "Séries de Fourier, séries de Taylor, séries de Dirichlet : un aperçu de l'importance des travaux des mathématiciens français entre 1880 et 1910", *in* Gispert 1991, p. 277–297.

Kolmogorov, Andrej N. & Yuškevič, Adolf-Andrej P. (eds.) : (1978). *Matematika XIX veka : Matematicheskaya logika, algebra, teoriya chisel, teoriya veroyatnostei*, Nauka, Moscou. Traduction anglaise : *Mathematics of the 19th century*, vol. 1 : *Mathematical, Logic, Algebra, Number Theory, Probability Theory*, Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 1992.

McKenzie, D. F. : (1986). *Bibliography and the sociology of texts*, British Library, London. 2e édition : Cambridge University Press, Cambridge, 1999.

Nový, Luboš : (1973). *Origins of Modern Algebra*, Academia Publication House of the Czechoslovak Academy of Science, Prague.

Price, Derek J. : (1965). "Networks of Scientific Papers", *Science* 149, p. 510–515.

Reinhard, Wolfgang : (1979). *Freunde und Kreaturen*, Ernst Vögel, München.

Rowe, David : (1989). "Klein, Hilbert and the Mathematical Göttingen Tradition", *Osiris* 5(2), p. 186–213.

Schubring, Gert : (1996). "Changing cultural and epistemological views on mathematics and different institutional contexts in nineteenth-century Europe", *in* Catherine Goldstein, Jeremy Gray et Jim Ritter (eds.), *L'Europe mathématique : Histoires, mythes, identités. Mathematical Europe : History, myth, identity*, Editions de la Maison des sciences de l'homme, Paris, p. 361–388.

Schwarz, Wolfgang : (1994). "Some remarks on the Prime Number Theorem from 1896 to 1960", *in* Jean-Paul Pier, *Development of Mathematics 1900-1950*, Birkhäuser, Bâle, Boston, Berlin, p. 565-616.

Shapin, Steven : (1982). "History of Science and its Sociological Reconstructions", *History of Science* 20, p. 157–211.

Siegmund-Schultze, Reinhard : (1993). *Mathematische Berichterstattung in Hitlerdeutschland. Der Niedergang des "Jahrbuchs über die Fortschritte der Mathematik"*, Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik 9, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen.

Vogt, Annette : (1996). "Lise Meitner und ihre Kolleginnen. Naturwissenschaftlerinnen in den Instituten der Kaiser-Wilhelm-Geseelschaft zwischen 1912 und 1945", preprint 46, Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte, Berlin.

Wagner-Döbler, Roland & Berg, Jan : (1993). *Mathematische Logik von 1847 bis zur Gegenwart : eine bibliometrische Untersuchung*, De Gruyter, Berlin, New York.

Waldschmidt, Michel : (1977). "Les débuts de la théorie des nombres transcendants", *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques de l'Institut Henri Poincaré*, p. 93–115.

Weil, André : (1975). Introduction to *Collected Papers* by E. E. Kummer, Springer, p. 1–11. Reproduit *in* André Weil, *Œuvres scientifiques. Collected Papers*, vol. III, 1979, p. 379–389.

——— (1978). "History of mathematics : Why and how", *Proceedings of the International Mathematical Congress, Helsinki.* Reproduit *in* André Weil, *Œuvres scientifiques. Collected Papers*, vol. III, 1979, p. 434–442.

——— (1991). *Souvenirs d'apprentissage*, Vita Mathematica 6, Birkhäuser, Bâle, Boston, Berlin.