Vous avez dit Mathématiques ?

Michel Broué

Institut Henri–Poincaré

Novembre 2006

IDÉES TOUTES FAITES, IDÉES FAUSSES SUR LES MATHÉMATIQUES...

Quel est l'âge d'or des Mathématiques ?

Quel est l'âge d'or des Mathématiques ?

- L'Antiquité, Euclide, la Géométrie et la Logique ?

Quel est l'âge d'or des Mathématiques ?

- L'Antiquité, Euclide, la Géométrie et la Logique ?
- La numération indo–arabe ?

Quel est l'âge d'or des Mathématiques ?

- L'Antiquité, Euclide, la Géométrie et la Logique ?
- La numération indo–arabe ?
- Descartes et la géométrie analytique ?

Quel est l'âge d'or des Mathématiques ?

- L'Antiquité, Euclide, la Géométrie et la Logique ?
- La numération indo–arabe ?
- Descartes et la géométrie analytique ?
- Le calcul différentiel de Newton et Leibniz ?

Quel est l'âge d'or des Mathématiques ?

- L'Antiquité, Euclide, la Géométrie et la Logique ?
- La numération indo–arabe ?
- Descartes et la géométrie analytique ?
- Le calcul différentiel de Newton et Leibniz ?

$=$ Le XXème et le XXI ème siècle !
On compte 1500 revues publiant 250000 articles par an dans 100 langues.

“Les Mathématiques apprennent l’obéissance”

"Les Mathématiques apprennent l'obéissance"

- *"Les bonnes mathématiques sont subversives* ", disait Laurent Schwartz...

"Les Mathématiques apprennent l'obéissance"

- *"Les bonnes mathématiques sont subversives* ", disait Laurent Schwartz...

- Les Mayas connaissaient la valeur de π avec 8 décimales. Vers 1560, l'évêque de Yucatan brûle toutes ces "superstitions et mensonges du Diable ".

“Les Mathématiques apprennent l’obéissance”

- *“Les bonnes mathématiques sont subversives* ”, disait Laurent Schwartz...
- Les Mayas connaissaient la valeur de π avec 8 décimales. Vers 1560, l’évêque de Yucatan brûle toutes ces “superstitions et mensonges du Diable ”.
- L’histoire de $\sqrt{2}$ et de Hippasos de Metaponte.

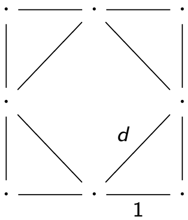
"Les Mathématiques apprennent l'obéissance"

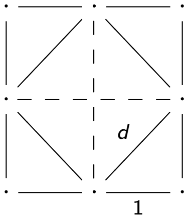
- *"Les bonnes mathématiques sont subversives "*, disait Laurent Schwartz...

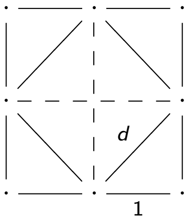
- Les Mayas connaissaient la valeur de π avec 8 décimales. Vers 1560, l'évêque de Yucatan brûle toutes ces "superstitions et mensonges du Diable ".

- L'histoire de $\sqrt{2}$ et de Hippasos de Metaponte.

  Les Grecs savaient construire géométriquement la longueur $\sqrt{2}$. Voici la démonstration de Socrate.


d
1


d
1



Surface du petit carré $= \dfrac{1}{2}$ (Surface du grand carré), donc

$$d^2 = 2 \quad \text{et} \quad d = \sqrt{2}\,.$$

Supposons que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, où p et q sont deux nombres entiers, que l'on peut choisir de sorte que l'un d'entre eux au plus soit pair.

Supposons que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, où p et q sont deux nombres entiers, que l'on peut choisir de sorte que l'un d'entre eux au plus soit pair.

$$(\frac{p^2}{q^2} = 2) \Leftrightarrow (2q^2 = p^2) \Rightarrow p \text{ pair}$$

Supposons que $\sqrt{2} = \dfrac{p}{q}$, où p et q sont deux nombres entiers, que l'on peut choisir de sorte que l'un d'entre eux au plus soit pair.

$$(\frac{p^2}{q^2} = 2) \Leftrightarrow (2q^2 = p^2) \Rightarrow p \text{ pair}$$

$$(p = 2p') \Rightarrow (2q^2 = 4{p'}^2) \Rightarrow q \text{ pair, contradiction !}$$

Supposons que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, où p et q sont deux nombres entiers, que l'on peut choisir de sorte que l'un d'entre eux au plus soit pair.

$$\left(\frac{p^2}{q^2} = 2\right) \Leftrightarrow (2q^2 = p^2) \Rightarrow p \text{ pair}$$

$$(p = 2p') \Rightarrow (2q^2 = 4{p'}^2) \Rightarrow q \text{ pair, contradiction !}$$

Scandale ! Ce nombre est irrationnel !

La légende veut que Hippasos de Metaponte, le découvreur du raisonnement maudit, ait péri dans un naufrage.

La légende veut que Hippasos de Metaponte, le découvreur du raisonnement maudit, ait péri dans un naufrage.

Selon Proclus,
" Les auteurs de la légende ont voulu dire que tout ce qui irrationnel et privé de forme doit demeurer caché. Si l'âme veut pénétrer dans cette région secrète et la laisser ouverte, alors elle est entraînée dans la mer du devenir et noyée dans l'incessant mouvement de ses courants."

"Les Mathématiques sont froides, sans plaisir, sans passion"

“Les Mathématiques sont froides, sans plaisir, sans passion”

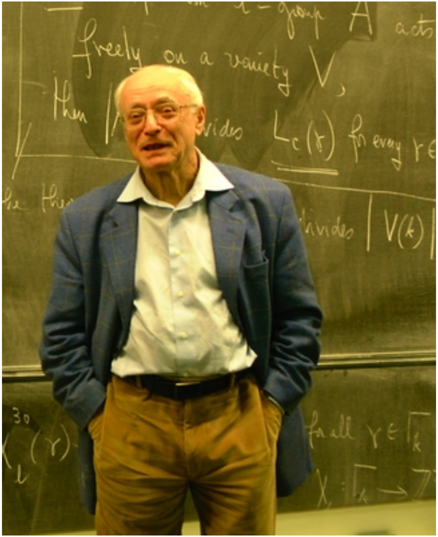
André Weil (1906–1998)

“Rien n’est plus fécond, tous les mathématiciens le savent, que ces obscures analogies, ces troubles reflets d’une théorie à l’autre, ces furtives caresses, ces brouilleries inexplicables ; rien aussi ne donne plus de plaisir au chercheur.
Un jour vient où l’illusion se dissipe ; le pressentiment se change en certitude ; les théories jumelles révèlent leur source commune avant de disparaître ; comme l’enseigne la Gita, on atteint à connaissance et à l’indifférence en même temps. La métaphysique est devenue mathématique, prête à former la matière d’un traité dont la beauté froide ne saurait plus nous émouvoir. ”

Johannes Kepler (1571–1630)

"Il y a moins de dix-huit mois que j'ai commencé à entrevoir la vérité. Il y a trois mois c'était l'aube, et il y a quelques jours le Soleil m'illuminait dans sa splendeur. Plus rien ne me retient, je donne libre cours à ma passion sacrée. [...] Les dés sont jetés, le livre est écrit. Peu m'importe qu'il soit lu maintenant ou par la postérité. Il attendra aussi bien un siècle son lecteur puisque Dieu a attendu 6000 ans pour trouver un observateur."

Jean-Pierre Serre (1926– $\cdots$)



Il pratique, comme il l'a expliqué au journal Libération, Il pratique, comme il l'a expliqué au journal Libération,

… le *demonstratio interruptus*.

"Les Mathématiciens vivent le nez dans leurs calculs"

“Les Mathématiciens vivent le nez dans leurs calculs”

L’essence des Mathématiques est au contraire dans la *distance*, le recul nécessaire pour traiter d’un coup des problèmes apparemment très différents.
Par exemple, les assertions suivantes sont équivalentes du point de vue du mathématicien.

"Les Mathématiciens vivent le nez dans leurs calculs"

L'essence des Mathématiques est au contraire dans la *distance*, le recul nécessaire pour traiter d'un coup des problèmes apparemment très différents.
Par exemple, les assertions suivantes sont équivalentes du point de vue du mathématicien.

- On ne peut pas peigner un ballon chevelu de sorte à ce que toute sa surface soit lisse.

“Les Mathématiciens vivent le nez dans leurs calculs”

L’essence des Mathématiques est au contraire dans la *distance*, le recul nécessaire pour traiter d’un coup des problèmes apparemment très différents.
Par exemple, les assertions suivantes sont équivalentes du point de vue du mathématicien.

- On ne peut pas peigner un ballon chevelu de sorte à ce que toute sa surface soit lisse.
- Si P est un polynôme à coefficients complexes, l’équation $P(z) = 0$ a une solution dans le corps $\mathbb{C}$ des nombres complexes.

“Les Mathématiciens vivent le nez dans leurs calculs”

L’essence des Mathématiques est au contraire dans la *distance*, le recul nécessaire pour traiter d’un coup des problèmes apparemment très différents.
Par exemple, les assertions suivantes sont équivalentes du point de vue du mathématicien.

- On ne peut pas peigner un ballon chevelu de sorte à ce que toute sa surface soit lisse.
- Si P est un polynôme à coefficients complexes, l’équation $P(z) = 0$ a une solution dans le corps $\mathbb{C}$ des nombres complexes.
- Il y a un point de la surface de la Terre où la composante horizontale du vent est nulle.

"Les Mathématiciens vivent le nez dans leurs calculs"

L'essence des Mathématiques est au contraire dans la *distance*, le recul nécessaire pour traiter d'un coup des problèmes apparemment très différents.
Par exemple, les assertions suivantes sont équivalentes du point de vue du mathématicien.

- On ne peut pas peigner un ballon chevelu de sorte à ce que toute sa surface soit lisse.
- Si P est un polynôme à coefficients complexes, l'équation $P(z) = 0$ a une solution dans le corps $\mathbb{C}$ des nombres complexes.
- Il y a un point de la surface de la Terre où la composante horizontale du vent est nulle.
- Il y a toujours un épi dans la fourrure d'un ours (ou d'un chien, ou d'une souris, etc.).

Un autre exemple

Marche aléatoire

Un autre exemple

Marche aléatoire

$$\frac{1}{2} \longleftarrow \cdot \longrightarrow \frac{1}{2}$$

Un autre exemple

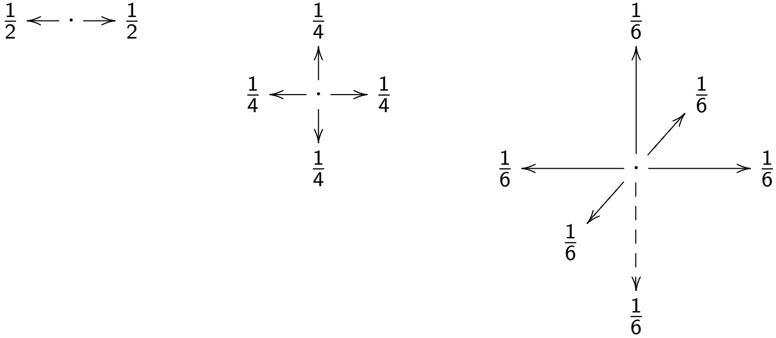
Marche aléatoire

$$\frac{1}{2} \longleftarrow \cdot \longrightarrow \frac{1}{2}$$

$$\begin{tikzcd}
 & \frac{1}{4} & \\
\frac{1}{4} & \cdot \arrow[l] \arrow[r] \arrow[u] \arrow[d] & \frac{1}{4} \\
 & \frac{1}{4} &
\end{tikzcd}$$

Un autre exemple

Marche aléatoire



La probabilité de ne jamais atteindre un point est

0 sur la droite 0 dans le plan $0,65$ dans l'espace.

La probabilité de ne jamais atteindre un point est

0 sur la droite 0 dans le plan $0,65$ dans l'espace.

- Mouvement brownien (Robert Brown, 1827 ; Albert Einstein, 1905 ; Norbert Wiener)

La probabilité de ne jamais atteindre un point est

0 sur la droite 0 dans le plan $0,65$ dans l'espace.

- Mouvement brownien (Robert Brown, 1827 ; Albert Einstein, 1905 ; Norbert Wiener)
- Fluctuations boursières (Louis Bachelier, 1905)

La probabilité de ne jamais atteindre un point est

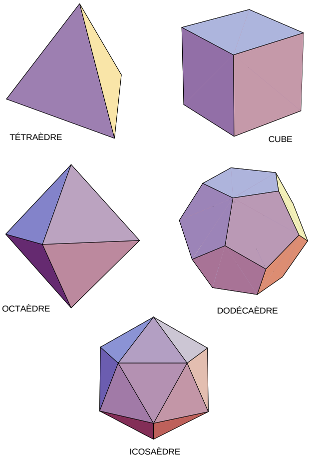
0 sur la droite $\quad$ 0 dans le plan $\quad$ $0,65$ dans l'espace.

- Mouvement brownien (Robert Brown, 1827 ; Albert Einstein, 1905 ; Norbert Wiener)
- Fluctuations boursières (Louis Bachelier, 1905)
- Paul Lévy.

“Les Mathématiciens inventent leurs objets et leurs questions”

“Les Mathématiciens inventent leurs objets et leurs questions”

Les Solides de Platon




Symétries platoniciennes
et états de la matière
Tétraèdre, feu, état plasma
Octaèdre, air, état gazeux
Dodécaèdre, univers,
Matière noire
Cube, terre, état solide
Icosaèdre, eau, état liquide
© Marc HENRY ULP/LCMES (2000)

Un théorème sur les nombres premiers

Un théorème sur les nombres premiers

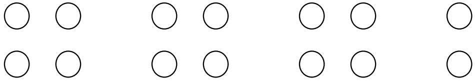
"Le nombre p est premier" signifie que p boules ne peuvent pas être disposées en rectangle (sauf en un rectangle d'une seule ligne ou d'une seule colonne).

Un théorème sur les nombres premiers

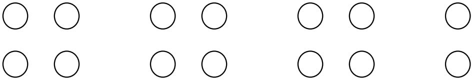
"Le nombre p est premier" signifie que p boules ne peuvent pas être disposées en rectangle (sauf en un rectangle d'une seule ligne ou d'une seule colonne).

Disposons p boules (où p est premier) par paquets de 4. Il reste 1 ou 3 boules.

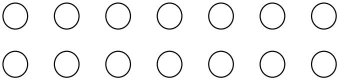
S'il en restait 2



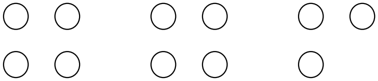
S'il en restait 2



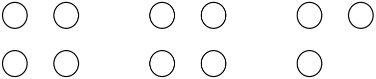
on en ferait un grand rectangle et p ne serait pas premier :



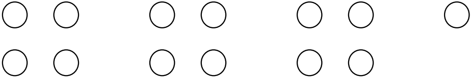
Donc il en reste 3 :



Donc il en reste 3 :



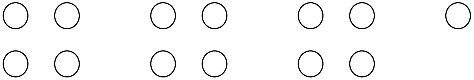
ou 1 :



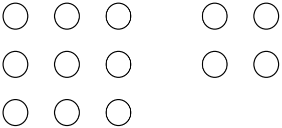
THÉORÈME – S'il reste 1 boule, alors on peut les disposer sous forme de 2 carrés.

THÉORÈME – S'il reste 1 boule, alors on peut les disposer sous forme de 2 carrés.

Pour $p = 13$, il reste 1 boule :

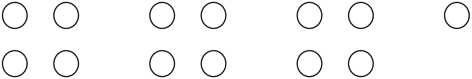


et on constate en effet qu'on peut mettre 13 sous forme de deux carrés :

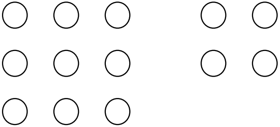


THÉORÈME – S'il reste 1 boule, alors on peut les disposer sous forme de 2 carrés.

Pour $p = 13$, il reste 1 boule :



et on constate en effet qu'on peut mettre 13 sous forme de deux carrés :



Et pour $p = 1234567891$?

LES MATHÉMATIQUES DISQUALIFIENT SOUVENT LE BON SENS

LES MATHÉMATIQUES DISQUALIFIENT SOUVENT LE BON SENS

- Le paradoxe de la corde qui fait le tour de la terre.

LES MATHÉMATIQUES DISQUALIFIENT SOUVENT LE BON SENS

- Le paradoxe de la corde qui fait le tour de la terre.
  On ceinture la terre le long de l'équateur avec une corde. De combien faut-il rallonger la corde pour ceinturer la terre le long de l'équateur mais, cette fois, à 1 mètre de hauteur ?

- Le paradoxe de la corde qui fait le tour de la terre.
  On ceinture la terre le long de l'équateur avec une corde. De combien faut-il rallonger la corde pour ceinturer la terre le long de l'équateur mais, cette fois, à 1 mètre de hauteur ?
  Réponse : 6,28 mètres.
  Cela ne dépend pas de la taille de la sphère ceinturée : la réponse serait la même si l'on remplaçait la terre par un pamplemousse.

LES MATHÉMATIQUES DISQUALIFIENT SOUVENT LE BON SENS

- Le paradoxe de la corde qui fait le tour de la terre.
  On ceinture la terre le long de l'équateur avec une corde. De combien faut-il rallonger la corde pour ceinturer la terre le long de l'équateur mais, cette fois, à 1 mètre de hauteur ?
  Réponse : 6,28 mètres.
  Cela ne dépend pas de la taille de la sphère ceinturée : la réponse serait la même si l'on remplaçait la terre par un pamplemousse.

- Le paradoxe de l'anniversaire.

LES MATHÉMATIQUES DISQUALIFIENT SOUVENT LE BON SENS

- Le paradoxe de la corde qui fait le tour de la terre.
  On ceinture la terre le long de l'équateur avec une corde. De combien faut-il rallonger la corde pour ceinturer la terre le long de l'équateur mais, cette fois, à 1 mètre de hauteur ?
  Réponse : 6,28 mètres.
  Cela ne dépend pas de la taille de la sphère ceinturée : la réponse serait la même si l'on remplaçait la terre par un pamplemousse.

- Le paradoxe de l'anniversaire.

  Notons P(n) la probabilité pour que, parmi n personnes prises au hasard, il y en ait deux avec la même date d'anniversaire. Quand est-ce que $P(n) \geq 50\%$ *?*

LES MATHÉMATIQUES DISQUALIFIENT SOUVENT LE BON SENS

- Le paradoxe de la corde qui fait le tour de la terre.
  On ceinture la terre le long de l'équateur avec une corde. De combien faut-il rallonger la corde pour ceinturer la terre le long de l'équateur mais, cette fois, à 1 mètre de hauteur ?
  Réponse : 6,28 mètres.
  Cela ne dépend pas de la taille de la sphère ceinturée : la réponse serait la même si l'on remplaçait la terre par un pamplemousse.

- Le paradoxe de l'anniversaire.

  Notons P(n) la probabilité pour que, parmi n personnes prises au hasard, il y en ait deux avec la même date d'anniversaire. Quand est-ce que $P(n) \geq 50\%$ *?*
  C'est à partir de $n = 23$ *:*

$$P(23) = 50,73\% \quad , \quad P(50) = 97,03\%.$$

De même nature est le paradoxe du nombre de cheveux.

> *Un être humain possède en moyenne entre 100 000 et 150 000 cheveux. Dans un gros bourg de 2000 habitants, la probabilité pour qu'il y ait deux habitants qui ont exactement le même nombre de cheveux est ...*

De même nature est le paradoxe du nombre de cheveux.

Un être humain possède en moyenne entre 100 000 et 150 000 cheveux. Dans un gros bourg de 2000 habitants, la probabilité pour qu'il y ait deux habitants qui ont exactement le même nombre de cheveux est ...

$$99,9955\%.$$

- Les nombres–univers.

- Les nombres–univers.

Exemples

$$0,12345678910111213141516\ldots$$

$$0,1491625364964\ldots$$

- Les nombres–univers.

Exemples

$$0,12345678910111213141516...$$

$$0,1491625364964...$$

Question :

$$\pi = 1,14159265... \text{ est-il un nombre–univers ?}$$

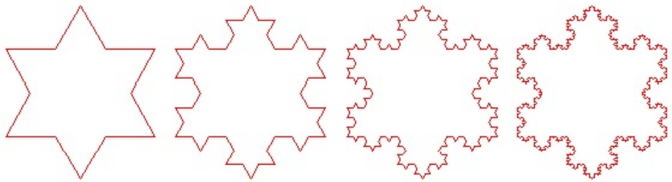
- Il existe une courbe de longueur infinie encadrant un ensemble de surface finie.

- Il existe une courbe de longueur infinie encadrant un ensemble de surface finie.

  Le flocon de Koch.

- Il existe une courbe de longueur infinie encadrant un ensemble de surface finie.

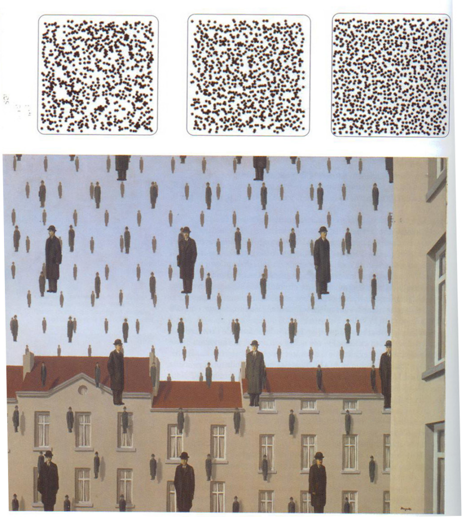
Le flocon de Koch.



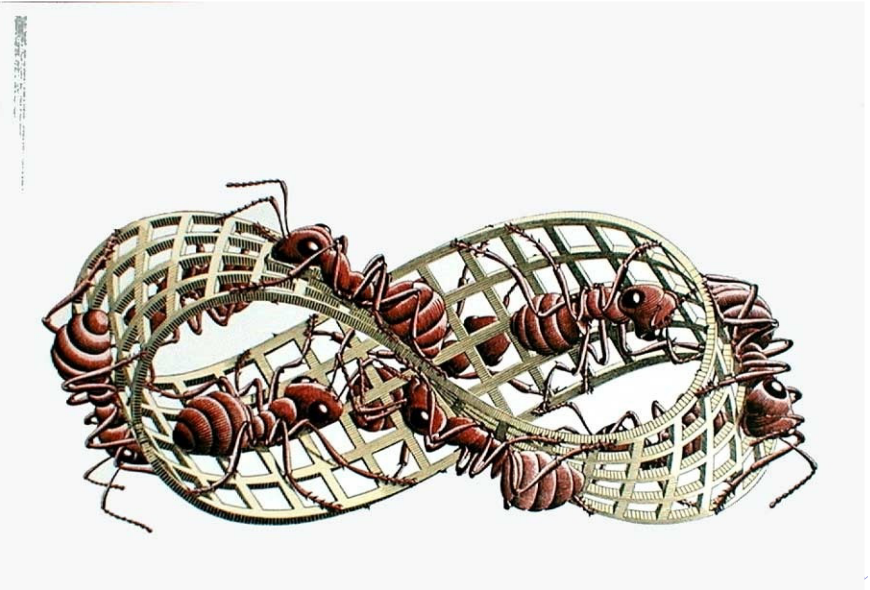
- Le hasard et le désordre

- Le hasard et le désordre

Magritte et l'effet râteau



- Le ruban de Moebius



LES MATHÉMATIQUES METTENT DE L'ORDRE DANS LE CHAOS

Où trouver l'ordre chez π ?

Où trouver l'ordre chez π ?

Le "désordre" : $\pi = 3,14159265358979323846264338327950288 4 \cdots$

Où trouver l'ordre chez π ?

Le "désordre" : $\pi = 3,14159265358979323846264338327950288 4\cdots$

- Mais

$$\pi = 4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9}\dots\right) \text{ et } \pi^2 = 6\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots\right)$$

Où trouver l'ordre chez π ?

Le "désordre" : $\pi = 3,14159265358979323846264338327950288 4 \cdots$

- Mais

$$\pi = 4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \dots\right) \text{ et } \pi^2 = 6\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots\right)$$

- L'aiguille de Buffon : on jette une aiguille de 10cm de long sur un parquet formé de lattes de 10cm de large.

Où trouver l'ordre chez π ?

Le "désordre" : $\pi = 3,14159265358979323846264338327950 2884\cdots$

- Mais

$$\pi = 4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9}\dots\right) \text{ et } \pi^2 = 6\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots\right)$$

- L'aiguille de Buffon : on jette une aiguille de 10cm de long sur un parquet formé de lattes de 10cm de large.

  La probabilité que l'aiguille tombe à cheval sur deux lattes est $\dfrac{2}{\pi}$.

Où trouver l'ordre chez π ?

Le "désordre" : $\pi = 3,14159265358979323846264338327950288 4 \cdots$

- Mais

$$\pi = 4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \dots\right) \text{ et } \pi^2 = 6\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots\right)$$

- L'aiguille de Buffon : on jette une aiguille de 10cm de long sur un parquet formé de lattes de 10cm de large.

  La probabilité que l'aiguille tombe à cheval sur deux lattes est $\dfrac{2}{\pi}$.

  En 1850, Wolff, au bout de 5000 jets d'aiguille, a trouvé $\pi \simeq 3.5$...

LES MATHÉMATIQUES RENDENT POSSIBLE LA REPRÉSENTATION DU MONDE

LES MATHÉMATIQUES RENDENT POSSIBLE LA REPRÉSENTATION DU MONDE

Un infini fini? Écoutons Henri Poincaré.

LES MATHÉMATIQUES RENDENT POSSIBLE LA REPRÉSENTATION DU MONDE

Un infini fini? Écoutons Henri Poincaré.

Supposons par exemple un monde contenu dans une grande sphère et soumis aux lois suivantes :

LES MATHÉMATIQUES RENDENT POSSIBLE LA REPRÉSENTATION DU MONDE

Un infini fini? Écoutons Henri Poincaré.

Supposons par exemple un monde contenu dans une grande sphère et soumis aux lois suivantes :

- La température n'est pas uniforme, elle est maximale au centre et décroît progressivement pour arriver au zéro absolu sur la surface de la sphère.

LES MATHÉMATIQUES RENDENT POSSIBLE LA REPRÉSENTATION DU MONDE

Un infini fini? Écoutons Henri Poincaré.

Supposons par exemple un monde contenu dans une grande sphère et soumis aux lois suivantes :

- La température n'est pas uniforme, elle est maximale au centre et décroît progressivement pour arriver au zéro absolu sur la surface de la sphère.
- Si R est le rayon de la sphère, la température absolue à la distance r du centre est proportionnelle à $R^2 - r^2$.

LES MATHÉMATIQUES RENDENT POSSIBLE LA REPRÉSENTATION DU MONDE

Un infini fini? Écoutons Henri Poincaré.

Supposons par exemple un monde contenu dans une grande sphère et soumis aux lois suivantes :

- La température n'est pas uniforme, elle est maximale au centre et décroît progressivement pour arriver au zéro absolu sur la surface de la sphère.
- Si R est le rayon de la sphère, la température absolue à la distance r du centre est proportionnelle à $R^2 - r^2$.
- On suppose que dans ce monde les corps se dilatent linéairement, proportionnellement à la température absolue.

Un objet mobile deviendra de plus en plus petit en approchant la surface extérieure.

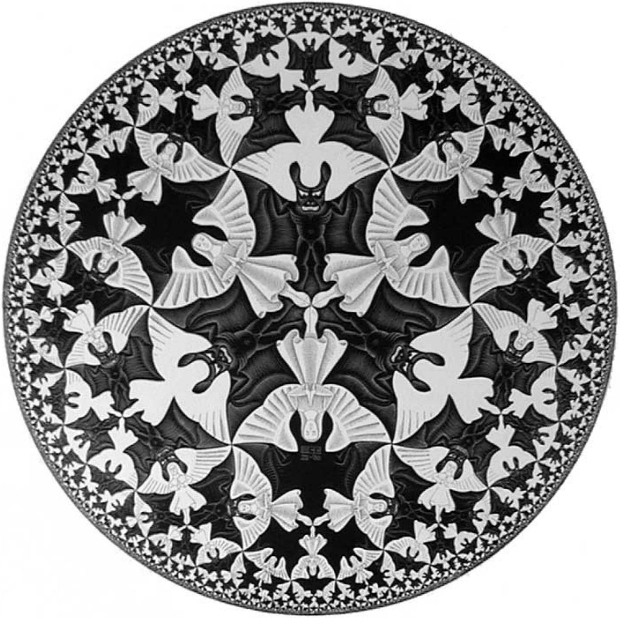
Un objet mobile deviendra de plus en plus petit en approchant la surface extérieure.

Bien que ce monde soit fini du point de vue de notre géométrie habituelle, pour ses habitants il paraîtra infini ; en approchant de l'extérieur, ils se refroidissent et deviennent de plus en plus petits, de sorte qu'ils ne peuvent jamais atteindre la surface extérieure.

Un objet mobile deviendra de plus en plus petit en approchant la surface extérieure.

Bien que ce monde soit fini du point de vue de notre géométrie habituelle, pour ses habitants il paraîtra infini ; en approchant de l'extérieur, ils se refroidissent et deviennent de plus en plus petits, de sorte qu'ils ne peuvent jamais atteindre la surface extérieure.

Pour nous, la géométrie est l'étude des déplacements d'objets rigides ; pour ces êtres imaginaires ce sera l'étude des objets *déformés par les différences de température* qui règnent chez eux.



Elles rendent compte de la mouvante complexité du monde

Elles rendent compte de la mouvante complexité du monde

la fiction de corps de référence rigide est, par conséquent, inutile dans la Théorie de la relativité générale. La marche des horloges est également influencée par les champs de gravitation, de telle sorte qu'une définition physique directe du temps à l'aide d'horloges n'a pas du tout le même degré de précision que dans la Théorie de la relativité restreinte.

C'est pourquoi on utilise des corps de référence non rigides, qui non seulement se meuvent dans leur ensemble d'une façon quelconque, mais qui subissent aussi pendant leur mouvement des changements de forme quelconques. Pour la définition du temps on se sert d'horloges dont la marche est soumise à une loi quelconque, si irrégulière soit-elle, qu'on doit se représenter fixées chacune à un point du corps de référence non rigide et qui doivent satisfaire à la seule condition que les indications simultanément observables de deux horloges voisines dans l'espace diffèrent infiniment peu l'une de l'autre. Ce corps de référence non rigide, qu'on pourrait, non sans raison, désigner sous le nom de « mollusque de référence », est en substance équivalent à un système quelconque de coordonnées à quatre dimensions de Gauss. Ce qui donne au « mollusque » vis-à-vis du système de coordonnées de Gauss un certain caractère intuitif c'est la conservation formelle (à vrai dire non justifiée) de l'existence séparée des coordonnées d'espace vis-à-vis de la coordonnée de temps. Chaque point du mollusque est traité comme un point de l'espace, et chaque point matériel qui est immobile par rapport à lui est tout simplement traité comme immobile, tant que le mollusque est considéré

comme corps de référence. Le principe de relativité générale exige que tous ces mollusques puissent être employés, avec un égal droit et un égal succès, comme corps de référence pour la formulation des lois générales de la nature; les lois elles-mêmes doivent être tout à fait indépendantes du choix du mollusque.

C'est dans la grande limitation, imposée de cette manière aux lois de la nature, que réside la force singulière qui est inhérente au principe de relativité générale.